Olimpiada Nationala de Matematica
etapa locala- 16 februarie 2013
Clasa a VIII-a

Subiecte — Varianta 3

1. a) Ştiind că $x^2+y^2-8x\sqrt{3}-6y\sqrt{2}+66=0$, x, y $\in$ R, comparați numerele z şi t, unde $z=\dfrac{[x]-[y]}{[-x]-[-y]}$ şi $t=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$

b) Ştiind că $x+\dfrac{1}{x}=10$, calculați valoarea expresiei $E(x)=x+x^2+x^3+x^4+\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x}$

2. Determinați n$\in$ N* – $\{1\}$astfel încât numărul $a=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\dfrac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}$ să fie element al mulțimii $A=\left\{x\in R/|x|<\sqrt{11-6\sqrt{2}}\right\}$.

3. Triunghiurile ABC şi ADE sunt în plane diferite şi au mediana AM comună. Considerăm punctele P, Q, R, S situate respectiv pe segmentele [AB], [AC], [AD], [AE] astfel încât $\dfrac{AP}{PB}=\dfrac{AQ}{QD}=\dfrac{AR}{RC}=\dfrac{AS}{SE}$.

a) Să se arate că PRQS este paralelogram.

b) Dacă $AB^2 + AC^2 = AD^2 + AE^2$, atunci PRQS este dreptunghi.

4. Fie triunghiul dreptunghic ABC ($m\angle A) = 90^0$) cu AB = 30 cm, AC = 40 cm. În punctul A se ridică perpendiculara AM pe planul (ABC), AM = 24 cm.

a) Determinați măsura unghiului plan corespunzător diedrului format de planele (MBC) şi (ABC)

b) Arătați că piciorul perpendicularei din A pe planul (MBC) este ortocentrul triunghiului MBC.

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.