

Olimpiada Nationala de Matematica
etapa locala- 16 februarie 2013
Clasa a X-a

Subiecte

Varianta 3

1.a) Determinați numerele reale x și y astfel încât $3^x + 3^y = 30$ și $\log_3 x - \log_3 y = -1$.

b) Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: “ Dacă numerele reale x și y verifică egalitățile de la punctul anterior și $\log_y(x+2) + \log_y(x+10) + \log_y(x+60) = \log_y(N)$ atunci $N = 2013$ “.

(prelucrare G.M. 9/2012)

2. Să se rezolve în $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ecuația :

$$9^{\sqrt{x}} + 9^{\sqrt{y}} + 9^{\frac{1}{\sqrt{xy}}} = \frac{81}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \frac{1}{\sqrt{xy}}}.$$

3. Fie $z_1, z_2, z_3 \in C^*$ astfel încât $z_1 + z_3 \neq 0$ și $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_2 + z_3| = |z_1|$.

Să se calculeze valoarea expresiei $\frac{z_1}{z_2 + z_3}$.

4. Fie $A_1 A_2 \dots A_n$ un poligon regulat, înscris în cercul $C(O, R)$ și M un punct în planul acestuia. Să se arate ca: $nR \leq MA_1 + MA_2 + \dots + MA_n \leq n(R + OM)$.

(G.M.volum 1 (CIX), 2012 seria A -2012)

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.