

Olimpiada Nationala de Matematica
etapa locala- 16 februarie 2013
Clasa a XI-a

Subiecte

Varianta 3

1. Fie $A, B \in M_2(C)$ astfel încât: $AB = \begin{pmatrix} 10 & 30 \\ 4 & 20 \end{pmatrix}$ și $BA = \begin{pmatrix} x & 60 \\ 2 & y \end{pmatrix}$. Aflați x și y .

G.M.

2. Se dă șirul (Fibonacci) $f_1 = f_2 = 1$ și $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$.

a) Să se demonstreze egalitatea:

$$f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2 = f_n \cdot f_{n+1}.$$

b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{f_{n+1}^2}{f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2}}$.

prof. Ștefan Tudosie

3. Se dă șirul $(x_n)_{n \geq 1}$, $x_1 = x_2 = 1$ și $x_{n+1} = \sqrt{nx_n + x_{n-1}}$, $n \geq 2$. $A = \{n \in \mathbb{N} \mid x_n \in \mathbb{N}\}$.

Să se calculeze : a) $A \cap \mathbb{N}$ și

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n}.$$

Prof. Ion Călinescu CNDG Câmpulung

4. Să se rezolve în $M_3[Z]$ ecuația :

$$X^n - X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, k \in \mathbb{Z}$$

Prof. Ion Călinescu CNDG Câmpulung

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.