

Olimpiada Nationala de Matematica  
etapa locala- 16 februarie 2013  
Clasa a XII-a

Subiecte

Varianta 3

1. Un șir este definit prin relația de recurență  $a_n = 4n - 4a_{n-1}$  cu  $a_0 = -4$ . Se știe că există constantele reale  $r, s$  și  $t$  astfel încât  $a_i = r \times s^i + t$ , pentru orice număr natural  $i$ . Aflați  $r^2 + s^2 + t^2$ .
2. Se consider polinomul  $f(x) = 17x^4 + 21x^3 + 60x^2 + Ax + B$ . Să presupunem că pentru orice rădăcină  $x$  a ecuației  $f(x) = 0$ , și  $\frac{1}{x}$  este rădăcină a acelei ecuații. Calculați  $A + B$ .
3. Calculați  $\int_0^\pi \frac{\cos 4x - \cos 4a}{\cos x - \cos a} dx$ .
4. Găsiți limita  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \prod_{j=1}^n (n^2 + j^2)^{1/n}$ .

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.