

Ministerul Educației Naționale
Societatea de Științe Matematice din România



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană și a Municipiului București, 9 Martie 2013

CLASA a VIII-a

Problema 1. Determinați tripletele de numere întregi (x, y, z) cu proprietatea că

$$x^2 + y^2 + z^2 = 16(x + y + z).$$

Problema 2. Determinați toate numerele reale x pentru care numărul $a = \frac{2x + 1}{x^2 + 2x + 3}$ este întreg.

Gazeta Matematică

Problema 3. Fie prisma hexagonală regulată $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$ cu muchia bazei $AB = 12$ și înălțimea $AA' = 12\sqrt{3}$. Notăm cu N mijlocul muchiei CC' .

- Demonstrați că dreptele BF' și ND sunt perpendiculare.
- Calculați distanța dintre dreptele BF' și ND .

Problema 4. Considerăm numărul natural nenul fixat n . Determinați numerele naturale nenule $x_1 < x_2 < \dots < x_n < x_{n+1}$ cu proprietatea că

$$x_n \cdot x_{n+1} \leq 2(x_1 + x_2 + \dots + x_n).$$

Timp de lucru 4 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.