



Olimpiada de matematică

etapa locală

16.02.2013

Clasa a V-a

1. Fie numerele:

$$a = 503 \cdot [2013^0 \cdot (4 + 4 \cdot 5^2) - (1212 : 12 - 1)] + 1$$

$$b = 2015 \cdot 1009 + 2015 \cdot 1004 - 2013 \cdot 2$$

a) Calculați numerele a și b . **(5p)**

b) Verificați egalitatea $a^2 = b$. **(2p)**

Prof. Danci Natalia, Școala Gimnazială Doba

2. a) Să se calculeze: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2010 + 2011$. **(4p)**

b) Suma mai multor numere naturale distincte este egală cu 2023067. Să se arate că cel puțin unul dintre aceste numere este mai mare decât 2011. **(3p)**

3. Suma dintre vârsta tatălui și vârstele gemenilor săi este 40 de ani. Peste 16 ani vârsta tatălui va fi egală cu suma vârstelor gemenilor. Câți ani are fiecare în prezent? **(7p)**

G.M. 2011



Olimpiada de matemartică

etapa locală

16.02.2013

Clasa a V-a

1. Adottak a következő számok:

$$a = 503 \cdot [2013^0 \cdot (4 + 4 \cdot 5^2) - (1212 : 12 - 1)] + 1$$

$$b = 2015 \cdot 1009 + 2015 \cdot 1004 - 2013 \cdot 2$$

c) Számítsd ki az a și b számokat. **(5p)**

d) Ellenőrizd az $a^2 = b$ egyenlőséget. **(2p)**

Prof. Danci Natalia, Școala Gimnazială Doba

2. a) Számítsd ki: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2010 + 2011$. **(4p)**

b) Több, különböző természetes szám összege 2023067. Mutasd ki, hogy ezek közül legalább az egyik szám nagyobb, mint 2011. **(3p)**

3. Az apa életkora és két ikerfiának életkorainak összege 40 év. 16 év múlva az apa életkora egyenlő lesz az ikrek életkorának összegével. Hány évesek most az apa és a gyermekei külön-külön? **(7p)**

GM. 2011



Olimpiada de matematică etapa locală, 16.02.2013

Clasa a V-a

4. Es sei die Zahlen:

$$a = 503 \cdot [2013^0 \cdot (4 + 4 \cdot 5^2) - (1212 : 12 - 1)] + 1$$

$$b = 2015 \cdot 1009 + 2015 \cdot 1004 - 2013 \cdot 2$$

e) Berechnet die Zahlen a und b .

(5p)

f) Überprüft die Gleichheit $a^2 = b$.

(2p)

Prof. Danci Natalia, Școala Gimnazială Doba

5. a) Berechnet: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2010 + 2011$.

(4p)

c) Die Summe mehrerer verschiedene natürlichen Zahlen ist gleich 2023067. Zeigt dass, wenigstens eine von diesen größer als 2011 ist.

(3p)

6. Die Summe des Alters seines Vaters und ihrer Zwillingen ist im Alter von 40 Jahren. Nach 16 Jahren ist der Vater gleich mit die Summe des Alters der Zwillingen. Wie alt ist jeder jetzt?

(7p)

GM. 2011



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

1. a) Rezolvați în mulțimea numerelor prime următoarea ecuație: $2m + 3p + 4t = 56$.

(4p)

prof. Tempfli Gabriella, Școala Gimnazială "Bălcescu-Petofi", Satu Mare

b) Fie $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2010$ și $m = 1 + 2 + 3 + \dots + 2010$. Aflați restul împărțirii lui $n + m$ la 2010.

(3p)

Gazeta Matematică, seria B, supliment cu exerciții, februarie 2012

2. a) Determinați numerele naturale de forma \overline{ab} pentru care are loc egalitatea:

$$\overline{1ab} + \overline{ab2} = (\overline{ab})^2 \quad (4p)$$

Prof. Csáki Francisc, Școala Gimnazială "Petofi Sandor" Livada

b) Determinați cifra b astfel încât numărul natural \overline{abba} , scris în baza 10 este divizibil:

i) cu 7 oricare ar fi a . Câte numere de acest fel există?

ii) cu 11 oricare ar fi a . Câte numere de acest fel există?

(3p)

Prof. Pal Rita, Școala Gimnazială Constantin Brâncoveanu Satu Mare

3. Se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ suplementare; $[OM \subset Int \sphericalangle AOB]$ astfel încât

$$m(\sphericalangle AOB) = 2 \cdot m(\sphericalangle BOC); [ON - bisectoarea unghiului \sphericalangle BOC \text{ și } [OP \text{ semidreapta opusă lui } [ON.$$

Știind că $[OA$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle MOP$,

a) aflați $m(\sphericalangle AOB)$ și $m(\sphericalangle POB)$;

b) arătați că bisectoarea $\sphericalangle MON$ este perpendiculară pe AC .

(7p)

Prof. Bud Adrian, Liceul Teoretic Negrești Oaș



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

1. a) Oldd meg a prímszámok halmazán a következő egyenletet: $2m + 3p + 4t = 56$. **(4p)**

prof. Tempfli Gabriella, Școala Gimnazială "Bălcescu-Petofi", Satu Mare

b) Legyen $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2010$ és $m = 1 + 2 + 3 + \dots + 2010$. Határozd meg a 2010 számnak az $n + m$ számmal való osztási maradékát. **(3p)**

Gazeta Matematică, seria B, supliment cu exerciții, februarie 2012

2. a) Határozd meg az \overline{ab} alakú természetes számokat, amelyekre fennáll a következő egyenlőség:

$$\overline{1ab} + \overline{ab2} = (\overline{ab})^2 \quad \mathbf{(4p)}$$

Prof. Csáki Francisc, Școala Gimnazială "Petofi Sandor" Livada

b) Határozd meg a b számjegyet úgy, hogy az \overline{abba} szám osztható legyen:

i) 7-tel, bármely a esetén. Hány ilyen szám létezik?

ii) 11-tel, bármely a esetén. Hány ilyen szám létezik? **(3p)**

Prof. Pal Rita, Școala Gimnazială Constantin Brâncoveanu Satu Mare

3. Adottak az $\sphericalangle AOB$ és $\sphericalangle BOC$ kiegészítő szögek; legyen [OM félegyenes az AOB szög belsejében úgy, hogy $m(\sphericalangle AOB) = 2 \cdot m(\sphericalangle BOC)$; [ON - a $\sphericalangle BOC$ szög szögfelezője és [OP félegyenes az [ON félegyenes ellentétes félegyense.

Tudva, hogy [OA az $\sphericalangle MOP$ szög szögfelezője,

a) határozd meg $m(\sphericalangle AOB)$ és $m(\sphericalangle POB)$;

b) Mutasd ki, hogy az $\sphericalangle MON$ szög szögfelezője merőleges az AC egyenesre. **(7p)**

Prof. Bud Adrian, Liceul Teoretic Negrești Oaș



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VI-a

1. a) Löse auf die Menge der Primzahlen folgende Gleichung: $2m + 3p + 4t = 56$. (4p)

prof. Tempfli Gabriella, Școala Gimnazială "Bălcescu-Petofi", Satu Mare

b) Es sei $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2010$ und $m = 1 + 2 + 3 + \dots + 2010$. Findet die Rest der Division $n + m$ durch 2010. (3p)

Gazeta Matematică, seria B, supliment cu exerciții, februarie 2012

2. a) Bestimmt die natürlichen Zahlen der Form \overline{ab} für welche folgende Gleichheit erfüllt ist:

$$\overline{1ab} + \overline{ab2} = (\overline{ab})^2 \quad (4p)$$

Prof. Csáki Francisc, Școala Gimnazială "Petőfi Sandor" Livada

b) Bestimmt die Ziffer b so, dass die natürliche Zahl \overline{abba} , die in Zehnersystem geschrieben ist, ist teilbar :

iii) durch 7 für jedwelche a. Wie viele solche Zahlen gibt es?

iv) durch 11 für jedwelche a. Wie viele solche Zahlen gibt es? (3p)

Prof. Pal Rita, Școala Gimnazială Constantin Brâncoveanu Satu Mare

3. Es seien die Winkeln $\sphericalangle AOB$ und $\sphericalangle BOC$, die supplementär sind; $[OM \subset \text{Int } \sphericalangle AOB$ so, dass $m(\sphericalangle AOB) = 2 \cdot m(\sphericalangle BOC)$; $[ON$ - Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle BOC$ und $[OP$ ist entgegengesetzte Strahl des Strahles $[ON$.

Wenn $[OA$ Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle MOP$ ist,

a) bestimmt $m(\sphericalangle AOB)$ und $m(\sphericalangle POB)$;

b) zeigt, dass die Winkelhalbierende des Winkels $\sphericalangle MON$ senkrecht auf AC steht. (7p)

Prof. Bud Adrian, Liceul Teoretic Negrești Oaş



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VII-a

- 1) Un trapez $ABCD$ cu $m(\hat{A}) = 90^\circ$; $AB \parallel CD$ și $CD < AD < BC < AB$ are perimetrul de 18 cm, iar lungimile laturilor sale sunt exprimate prin 4 numere naturale consecutive.
- Să se afle aria trapezului $ABCD$.
 - Calculați distanța de la punctul A la dreapta BC .
 - Dacă $AD \cap BC = \{P\}$, M mijlocul lui (AB) și $PM \cap AC = \{S\}$, determinați raportul ariilor triunghiurilor ASM și ASP .

Gal Ana – Șc. Gimn. Apa

- 2) Fie $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2013}$.
- Calculați numărul $a + 1$.
 - Determinați valoarea expresiei $\sqrt{a + 2\sqrt{a+1} + 2}$.
 - Determinați $k \in \mathbb{N}$, astfel încât $\frac{a+k}{14} \in \mathbb{N}$.

Amic Monica – Lic. de Artă

- 3) Un călător, situat în punctul A , își propune să parcurgă o distanță AB . În prima zi parcurge o doime din o treime din această distanță, a doua zi parcurge o treime din o pătrime din distanța totală, a treia zi parcurge o pătrime din o cincime din distanța AB , și tot așa. Notăm cu C mijlocul segmentului AB , cu M_1 mijlocul segmentului AC și pentru orice $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ notăm cu M_n mijlocul segmentului $M_{n-1}C$.

- După câte zile ajunge călătorul în punctul M_2 ? Dar în punctul M_4 ?
- După câte zile ajunge călătorul în punctul M_n , unde $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$?

Dacă $AB=100$ km, după câte zile ajunge călătorul la o distanță de cel mult un kilometru față de punctul C ?

- După câte zile ajunge călătorul în punctul C ?

Marciuc Daly – Col. Naț. „Mihai Eminescu”

- 4) În triunghiul ABC cu $AB \neq AC$, există $M, N \in (BC)$ astfel încât $N \in (BM)$, $M \in (NC)$ și $\widehat{BAC} \equiv \widehat{ANB} \equiv \widehat{AMC}$. Bisectoarele unghiurilor \hat{B} și \hat{C} , taie AM , respectiv AN în punctele X și Y . Dacă $XY \parallel BC$, atunci

- Arătați că $\frac{CN}{AC} = \frac{BM}{AB}$.
- Arătați că triunghiul AMN este isoscel.
- Determinați $m(\widehat{BAC})$.

Braica Petru – Șc. Gimn. „Grigore Moisil”



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VII-a

- 1) Az $ABCD$ trapézban, $m(\hat{A}) = 90^\circ$; $AB \parallel CD$ și $CD < AD < BC < AB$, a trapéz kerülete 18 cm, oldalak hossza 4 egymásutáni természetes szám.
- Számítsd ki az $ABCD$ trapéz területét.
 - Számítsd ki az A pontnak a BC egyenestől mért távolságát.
 - Ha $AD \cap BC = \{P\}$, M az (AB) felezőpontja és $PM \cap AC = \{S\}$, határozzuk meg az ASM és ASP háromszögek területeinek arányát.

Gal Ana – Șc. Gimn. Apa

- 2) Legyen $\alpha = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2013}$.
- Számítsuk ki $\alpha + 1$ számot.
 - Határozzuk meg a $\sqrt{\alpha + 2\sqrt{\alpha + 1}} + 2$ kifejezés értékét
 - Határozzuk meg $k \in \mathbb{N}$, értékét úgy, hogy $\frac{\alpha+k}{14} \in \mathbb{N}$.

Amic Monica – Lic. de Artă

- 3) Egy utazó az A pontból indulva megakarja tenni az AB távolságot. Első nap megteszi az AB távolság egyharmadának a felét. A második nap megteszi az egész út egynegyedének az egyharmadát. A harmadik nap megteszi az AB egyötödének az egynegyedét és így tovább. Jelöljük C -vel az AB szakasz felezési pontját, M_1 -el az AC szakasz felezési pontját és bármely $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$ esetén M_n -nel jelöljük az $M_{n-1}C$ szakasz felezőpontját.
- Hány nap múlva ér az utazó M_2 pontba? Hát M_4 -be?
 - Hány nap múlva ér az utazó M_n pontba, ahol $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$?
Ha $AB=100$ km, hány nap múlva érkezik az utazó legtöbb egy kilométer távolságra C ponttól?
 - Hány nap múlva érkezik az utazó a C pontba?

Marciuc Daly – Col. Naț. „Mihai Eminescu”

- 4) Az ABC háromszögben $AB \neq AC$, léteznek $M, N \in (BC)$ pontok úgy, hogy $N \in (BM)$, $M \in (NC)$ és $\widehat{BAC} \equiv \widehat{ANB} \equiv \widehat{AMC}$. A \hat{B} és \hat{C} szögfelezői AM -et illetve AN -et X illetve Y pontokban metszik. Ha $XY \parallel BC$, akkor
- Igazoljuk, hogy $\frac{CN}{AC} = \frac{BM}{AB}$.
 - Igazoljuk, hogy AMN háromszög egyenlő szárú.
 - Határozzuk meg $m(\widehat{BAC})$.

Braica Petru – Șc. Gimn. „Grigore Moisil”



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VII-a

- 1) Ein Trapez $ABCD$, $m(\hat{A}) = 90^\circ$; $AB \parallel CD$ und $CD < AD < BC < AB$ hat der Umfang von 18 cm, aber ihrer Seitenlänge sind durch 4 aufeinander folgenden natürlichen Zahlen gegeben.
- Bestimmt die Flächeninhalt des Trapezes $ABCD$.
 - Berechnet der Abstand von der Punkt A zur Gerade BC .
 - Wenn $AD \cap BC = \{P\}$, M in die Mitte von (AB) und $PM \cap AC = \{S\}$, bestimmt das Verhältnis der Flächeninhalte des Dreiecks ASM und ASP .

Gal Ana – Șc. Gimn. Apa

- 2) Es sei $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2012}$.
- Berechnet der Zahl $a + 1$.
 - Bestimmt der Wert der Behauptung $\sqrt{a + 2\sqrt{a + 1} + 2}$.
 - Bestimmt $k \in \mathbb{N}$, so dass $\frac{a+k}{14} \in \mathbb{N}$.

Amic Monica – Lic. de Artă

- 3) Ein Fahrer, die in Punkt A ist, wollte ein Weg AB zurücklegen. Am ersten Tag legt er ein Zweittel von ein Drittel des Weges zurück, am zweiten Tag legt ein Drittel von ein Viertel des ganzen Weges, am dritten Tag legt ein Viertel von ein Fünftel der Distanz AB , usw. Bezeichnet man C die Mittelpunkt der Strecke AB , mit M_1 Mittelpunkt der Strecke AC und für jede $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$ bezeichnet mit M_n die Mittelpunkt der Strecke $M_{n-1}C$.

- Nach wie viele Tagen erreicht der Fahrer in den Punkt M_2 ? Aber in den Punkt M_4 ?
- Nach wie viele Tagen erreicht der Fahrer in den Punkt M_n , wo $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$?

Wenn $AB=100$ km, nach wie viele Tagen wird der Fahrer beim eine Distanz meistens ein Kilometer im Bezug des Punktes C erreichen ?

- Nach wie viele Tagen erreicht der Fahrer in den Punkt C ?

Marciuc Daly – Col. Naț. „Mihai Eminescu”

- 4) Im Dreieck ABC mit $AB \neq AC$, existiert $M, N \in (BC)$ so, dass $N \in (BM)$, $M \in (NC)$ und $\widehat{BAC} \equiv \widehat{ANB} \equiv \widehat{AMC}$. Die Winkelhalbierenden des Winkels \hat{B} und \hat{C} , schneidet AM , bzw. AN in die Punkten X und Y . Wenn $XY \parallel BC$, dann :

- Zeigt, dass $\frac{CN}{AC} = \frac{BM}{AB}$.
- Zeigt, dass das Dreieck AMN gleichschenkelig ist.
- Bestimmt $m(\widehat{BAC})$.

Braica Petru – Șc. Gimn. „Grigore Moisil”



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VIII-a

1. a) Fie x, y numere reale astfel încât $9x^2 + 25y^2 - 6x\sqrt{3} - 10y\sqrt{5} + 8 = 0$.

Arătați că: $x^2 - y^2 = 2x^2y^2$.

prof. Gheorghe Moldovan, Medieșu Aurit

b) Dacă $x, y, z, t \in \mathbb{R}$, să se arate că $xy(z^2 - t^2)^2 \geq (xz^2 - yt^2)(yz^2 - xt^2)$.

prof. Ovidiu Pop, C.N. "M. Eminescu"

2. a) Arătați că: $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}} \in \mathbb{N}$

prof. Monica Amic, Acâș

b) i) Arătați că produsul succesorilor a două pătrate perfecte se poate scrie ca suma a două pătrate perfecte.

ii) Folosind eventual i) arătați că $(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq 2(ab - 1)(a + b)$, oricare ar fi a și b numere naturale nenule.

prof. Bud Adrian, Negrești-Oaș

3. Pe planul pătratului ABCD, cu $AB = 6$ cm se ridică perpendicularele MD și NC situate în același semiplan astfel încât $MD = 6$ cm, $NC = 9$ cm.

a) Demonstrați că punctele A, B, N și M sunt necoplanare;

b) Determinați distanța de la punctul M la AC;

c) Dacă O este punctul de intersecție a diagonalelor pătratului ABCD, demonstrați că $MN \perp MO$ și aflați aria triunghiului OMN.

prof. Adriana Boroș, Livada

4. Fie SABCD o piramidă patrulateră regulată. AM este perpendiculară pe SB, $M \in SB$, BN este perpendiculară pe SC, $N \in SC$, CP este perpendiculară pe SD, $P \in SD$, DQ este perpendiculară pe SA, $Q \in SA$ și R este simetricul lui N față de AC.

a) Demonstrați că punctele B, R, Q, D sunt coplanare

b) Aflați măsura unghiului dintre dreptele MP și RQ.

Gazeta Matematică nr. 11/2012



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VIII-a

1. a) Legyenek x, y valós számok úgy, hogy $9x^2 + 25y^2 - 6x\sqrt{3} - 10y\sqrt{5} + 8 = 0$.

Igazoljátok, hogy: $x^2 - y^2 = 2x^2y^2$.

prof. Gheorghe Moldovan, Medieșu Aurit

b) Ha $x, y, z, t \in \mathbb{R}$, mutassuk ki, hogy $xy(z^2 - t^2)^2 \geq (xz^2 - yt^2)(yz^2 - xt^2)$.

prof. Ovidiu Pop, C.N. "M. Eminescu"

2. a) Igazoljuk, hogy $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}} \in \mathbb{N}$

prof. Monica Amic, Acâș

b) i) Igazoljuk, hogy két, teljes négyzet után következő szám szorzata felírható két négyzet összegeként.

ii) Felhasználva esetleg az i) alpontot, mutassuk ki, hogy $(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq 2(ab - 1)(a + b)$, bármilyen a és b nullától különböző természetes számok esetén.

prof. Bud Adrian, Negrești-Oaș

3. Az $AB = 6$ cm oldalhosszúságú $ABCD$ négyzet síkjára emeljük az MD és NC merőlegeseket, a sík ugyanazon oldalán, úgy, hogy $MD = 6$ cm, $NC = 9$ cm, $AC \cap BD = \{O\}$.

a) Mutasd ki, hogy A, B, N, M nem koplanaris pontok;

b) Határozzuk meg az M pont AC egyenesétől mért távolságát;

c) Igazoljuk, hogy $MN \perp MO$ és számítsuk ki az OMN háromszög területét.

prof. Adriana Boroș, Livada

4. Legyen $SABCD$ szabályos négyoldalú gúla. AM merőleges az SD egyenesre, $M \in SB$, BN merőleges az SC egyenesre, $N \in SC$, CP merőleges az SD egyenesre, $P \in SD$, DQ merőleges az SA egyenesre, $Q \in SA$ és R az N pont AC egyenes szerinti szimmetrikusa.

a) Igazoljuk, hogy B, R, Q, D koplanarisak.

b) Határozzuk meg MP és RQ egyenesek szögének mértékét.

Gazeta Matematică nr.11/2012



Olimpiada de matematică

etapa locală, 16.02.2013

Clasa a VIII-a

1. a) Es sei x, y reelle Zahlen so, dass : $9x^2 + 25y^2 - 6x\sqrt{3} - 10y\sqrt{5} + 8 = 0$.

Zeigt, dass: $x^2 - y^2 = 2x^2y^2$.

prof. Gheorghe Moldovan, Medieșu Aurit

b) Wenn $x, y, z, t \in \mathbb{R}$, zeigt dass : $xy(z^2 - t^2)^2 \geq (xz^2 - yt^2)(yz^2 - xt^2)$.

prof. Ovidiu Pop, C.N. "M. Eminescu"

2. a) Zeigt, dass : $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}} \in \mathbb{N}$

prof. Monica Amic, Acâș

b) i) Zeigt, dass das Produkt zweier nachfolgenden Quadratzahlen kann man als die Summe zweier Quadratzahlen schreiben.

ii) Eventuel mit Hilfes von i) zeigt dass $(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq 2(ab - 1)(a + b)$, für jedwelche nichtnullen natürlichen Zahlen a und b .

prof. Bud Adrian, Negrești-Oaș

3. Auf die Ebene des Quadrates ABCD, mit $AB = 6$ cm errichtet man die Senkrechten MD und NC die in derselbe Halbebene sind so, dass $MD = 6$ cm, $NC = 9$ cm, $AC \cap BD = \{O\}$.

a) Zeigt, dass der Punkten A, B, M, N nicht koplanar zind;

b) Bestimmt die Abstand von der Punkt M zu AC;

c) Beweist dass $MN \perp MO$ und finde die Flächeninhalt des Dreiecks OMN.

prof. Adriana Boroș, Livada

4. Es sei S ABCD ein regelmäßige vierseitige Pyramide. AM steht senkrecht auf SB, $M \in SB$, BN steht senkrecht auf SC, $N \in SC$, CP steht senkrecht auf SD, $P \in SD$, DQ steht senkrecht auf SA, $Q \in SA$ und R ist die symmetrische Punkt des Punktes N in Bezug von AC.

a) Beweist dass die Punkten B, R, Q, D koplanar sind;

b) Berechnet die Maßzahl des Winkels zwischen die Geraden MP und RQ.

Gazeta Matematică nr. 11/2012