



Colegiul Național "Mircea cel Bătrân" Constanța

Concursul Național de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediția a XIV-a, 24 aprilie 2013

Clasa a X-a

Subiectul 1

Fie $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 3$, un număr impar. Rezolvați, în \mathbf{R}^* , ecuația $n^{x^n-1} + n^{\frac{1}{x}} = n+1$.

Cătălin Zîrnă, Constanța

Subiectul 2

Să se determine funcțiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ cu proprietatea:

$$f(x) = \max_{y \in \mathbf{R}} (xy - f(y)), \quad \forall x \in \mathbf{R}.$$

Vasile Pop, Cluj-Napoca

Subiectul 3

Dacă $z \in \mathbf{C}^*$ astfel încât $\left|z + \frac{1}{z}\right| < \sqrt{2}$ și $\left|z^3 + \frac{1}{z^3}\right| < \sqrt{2}$, atunci $\left|z^2 + \frac{1}{z^2}\right| > \sqrt{3}$.

Nelu Chichirim, Constanța

Subiectul 4

Pe laturile unui triunghi ABC se construiesc, spre exterior, triunghiurile asemenea ABC' , BCA' , CAB' . Să se arate că se poate construi un triunghi cu segmentele $[AA']$, $[BB']$ și $[CC']$.

Marius Cavachi, Constanța

Notă. Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă are 7 puncte.