Colegiul Național “Mircea cel Bătrân” Constanța

Concursul Național de Matematică “N. N. Mihăileanu”

Ediția a XIV-a, 24 aprilie 2013

Clasa a VII-a

Subiectul 1

Determinaţi toate perechile $(x,\ y)$ de numere întregi nenule, pentru care $x^2+y^2=x+y+xy$.

Gazeta matematică

Subiectul 2

Fie a,b,c numere reale astfee încât $a+b\geq 0$, $b+c\geq 0$ şi $c+a\geq 0$. Arătaţi că

$$a+b+c\geq \frac{|a|+|b|+|c|}{3}.$$

* * *

Subiectul 3

Fie triunghiul ABC cu $m(\widehat{ABC})=60^0$ şi $m(\widehat{ACB})=75^0$. Bisectoarea unghiului $\widehat{ABC}$ se intersectează cu înălțimea dusă din C în punctul P. Calculați:

a) $tg(\widehat{PAB})$; **b)** $tg(\widehat{PAC})$.

Nelu Chichirim, Constanța

Subiectul 4

Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AB<AD$ şi unghiul $\widehat{A}$ obtuz. Fie $P\in(BC)$, $AP\cap BD=\{Q\}$ şi $T\in(PQ)$. Notăm $\{N\}=DT\cap BC$ şi $\{M\}=BT\cap CD$.

a) Dacă $CR\|AP$, $R\in BM$ şi $CR\cap BD=\{S\}$, să se arate că $QT\cdot CR=TP\cdot SR$

b) Să se arate că dacă $BN=DM$, atunci $(AP$ este bisectoarea unghiului $\widehat{A}$.

Cătălin Zîrnă, Constanța

Notă. Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă are 7 puncte.