



Concursul de matematică „Traian Lalescu”

Ediția a XIV - a, 24 martie 2013

Subiectul I (60 puncte) - Pe foaia de concurs se trec numai rezultatele

1. Aflați x din egalitatea: $\{25 + [1550 - 10 \cdot (x - 15)] : 4\} : 5 = 80$.
2. Într-o cutie sunt bile roșii și albastre. O bilă roșie cântărește 10 g, iar una albastră 11 g. Aflați câte bile sunt în cutie, știind că ele cântăresc împreună 200 g.
3. Determinați numărul natural cu proprietățile: jumătatea sa este mai mică decât 19 și triplul său este mai mare decât 108.
4. Câte numere de trei cifre au exact două cifre identice?
5. De 1 Martie, într-o clasă cu 30 de copii, fiecare băiat oferă câte un mărtisor tuturor fetelor, iar fiecare fată oferă câte un mărtisor tuturor colegelor. Aflați numărul băieților din clasă, știind că s-au oferit în total 290 de mărtisoare.
6. Aflați cel mai mic număr \overline{abc} , cu $a \neq 0, c \neq 0$, astfel încât suma $\overline{abc} + \overline{cba}$ să fie un număr cu toate cifrele impare.

Subiectul al II - lea (60 puncte) - Pe foaia de concurs se scriu rezolvările complete

7. De ziua lui, Bogdan și-a servit fiecare coleg cu câte trei bomboane și două mere. Astfel i-au mai rămas 33 de bomboane și 5 mere. Aflați câți colegi are Bogdan, știind că el a avut la început de două ori mai multe bomboane decât mere.
8. a) Calculați suma primelor 20 de numere naturale nenule.
b) Arătați că, dacă suma a 20 de numere naturale nenule și distincte este egală cu 410, atunci cel puțin două numere dintre acestea sunt impare.
c) Găsiți 20 de numere naturale nenule și distincte a căror sumă este egală cu 410.
9. Un ziarist analizează rezultatele partidelor disputate într-o grupă de calificare pentru Campionatul Mondial de Fotbal. El constată că în 19 meciuri s-au înregistrat victorii, iar celelalte meciuri s-au încheiat la egalitate. Totodată, în 24 dintre partide nu au câștigat oaspeții, iar în 17 dintre partide nu au câștigat gazdele.
a) Determinați câte meciuri s-au disputat în grupa considerată.
b) Dacă numărul total de meciuri disputate în grupă este 30, aflați numărul de echipe din grupă (fiecare echipă joacă cu toate celelalte echipe din grupă două meciuri: unul acasă și unul în deplasare).



Notă:

1. Timpul efectiv de lucru este de 90 minute.
2. Se acordă 30 de puncte din oficiu.



Concursul de matematică „Traian Lalescu”

Ediția a XIV – a, 24 martie 2013

BAREM DE CORECTARE

Subiectul I (60 puncte)

1. $x = 20$ ----- 10p
 2. 19 bile ----- 10p
 3. 37 ----- 10p
 4. 243 ----- 10p
 5. 20 băieți ----- 10p
 6. 209 ----- 10p
- (Pentru orice număr care îndeplinește condițiile problemei, dar nu este cel mai mic posibil, se acordă **5p**)

Subiectul al II - lea (60 puncte)

7. Notăm cu n numărul colegilor lui Bogdan.
Numărul de bomboane este $3n + 33$, iar numărul de mere este $2n + 5$ ----- 5p
 $3n + 33 = 2(2n + 5)$ ----- 10p
 $n = 23$ ----- 5p
8. a) $1 + 2 + 3 + \dots + 19 + 20 = 21 \cdot 10 = 210$ ----- 7p
b) Dacă niciun termen nu este impar, atunci cea mai mică valoare a sumei este
 $2 + 4 + 6 + \dots + 38 + 40 = 420 > 410$ ----- 4p
Dacă un singur termen este impar, atunci suma celor 20 de numere este impară, deci
este diferită de 410 ----- 4p
c) 1, 4, 6, 8, ..., 36, 38 și 31 sau orice alt răspuns corect ----- 5p
9. a) Numărul meciurilor terminate la egalitate este $(24 + 17 - 19) : 2 = 11$ ----- 10p
Numărul total al meciurilor disputate este $19 + 11 = 30$ ----- 2p
b) Dacă n este numărul echipelor, atunci avem $n \cdot (n - 1) = 30$ ----- 5p
 $n = 6$ ----- 3p

Orice altă soluție corectă primește punctajul corespunzător.