Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

Bucureşti, 24.11.2012

Soluții şi bareme - clasa a VI-a

1.	Dacă $a=0$, atunci $b\geq 1$. Dacă $b=1$, atunci $c+d=4$.	**1p**
	Deoarece $c\geq 2$, obținem contradicție.	**1p**
	Dacă $a=1$, atunci $b\geq 2$. Dacă $b=2$, atunci $c\geq 3$ şi $c+d=7$ şi $2+d=2c$	**2p**
	Pentru $c=3$, obținem $d=4$, care verifică .	**1p**
	În acest caz, $a+b+c+d=10$.	**1p**
	Dacă $a\geq 2$, atunci $a+b+c+d\geq 2+3+4+5=14>10$	**1p**
2.	Egalitatea din enunț este echivalentă cu $(m+p)(n+q)=1$, deci $n+q=1:2,5=0,4$	**2p**
	Avem $8q=0,4$, deci $q=0,05$ şi $n=0,35$	**2p**
	Obținem $p=1,2-0,05=1,15$	**2p**
	Deci $m=2,5-1,15=1,35$	**1p**
3.	**a)** Avem $mp=(100000000-1)\cdot\overline{aaaa}=\overline{aaaa00000000}-\overline{aaaa}$	**1p**
	Echivalent cu $mp=\overline{aaa(a-1)9999(9-a)(9-a)(9-a)(10-a)}$	**1p**
	Ca urmare, suma cifrelor este egală cu 72	**2p**
	b) Este necesar şi suficient ca numărul $a(a-1)(9-a)(10-a)$ să fie pătrat perfect	**1p**
	Obținem $a\in\{1;\ 5;\ 9\}$	**2p**
4.	Numărul este 28. Suma primelor numere naturale nenule este egală cu $\frac{10\cdot 11}{2}=55$	**1p**
	Deoarece 55 este par, mulțimea celor 10 numere nu poate fi împărțită în două submulțimi disjuncte cu sumele elementelor egale.	**2p**
	Considerăm mulțimea $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,11\}$ care are suma elementelor egală cu 56	**2p**
	Colorăm, de exemplu, numerele 1, 2, 5, 9 şi 11 în roşu, iar numerele 3, 4, 6, 8 şi 9 în albastru. Suma numerelor monocolore este egală cu 28.	**2p**