MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

SUBIECTE - clasa a X-a:

1.	a) Determinați $z \in C$ astfel încât $\lvert z-i\rvert = \lvert z+iz\rvert = \lvert z-1\rvert$. b) Detrminați raportul $\frac{x}{y}$ știind că $\lg(x-y)+\lg y = 2\lg(x-3y),\ x > 3y > 0$. c) Determinați $m \in R$ astfel încât ecuația $(1+i)x^2 - 2mx + m - i = 0$ să admită o soluție reală.
2.	a) Arătați că dacă $z \in C - R$ și $\frac{1+z+z^2}{1-z+z^2} \in R$ atunci $\lvert z\rvert = 1$. b) Fie ecuațiile $z^{2^m} + 1 = 0$ și $z^{2^n} + 1 = 0$ cu $m, n \in N^*,\ m \neq n$. Determinați numărul soluțiilor comune în funcție de m și n.
3.	Fie $a > 1$. Arătați că: a) $2^{\log_3 a} + 3^{\log_4 a} + 4^{\log_2 a} \geq 3a$. b) $2^{\log_3 a} + 3^{\log_4 a} + ... + n^{\log_{n+1} a} + (n+1)^{\log_2 a} \geq na,\ \forall n \in N^*, n \geq 2$.
4.	Fie $z_1, z_2, z_3 \in C^*$ astfel încât $z_1 + z_2 + z_3 = z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 = 0$. Arătați că $\lvert z_1\rvert = \lvert z_2\rvert = \lvert z_3\rvert$.

NOTĂ:
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

succes!

prof.Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiş