

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ – 09.02.2013

SUBIECTE - clasa a XI-a matematică-informatică:

1.	<p>a) Fie matricea <math>A \in M_2(R)</math>, <math>A = \begin{pmatrix} 3 &amp; -2 \\ 6 &amp; -4 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Să se rezolve ecuația <math>X^3 = A</math>, <math>X \in M_2(R)</math>;</p> <p>b) Fie <math>\Delta_n</math> un determinant de ordinul <math>n</math>, <math>n \in N^*</math> cu elemente numere întregi impare. Să se demonstreze că <math>\Delta_n : 2^{n-1}</math>, <math>n \in N^*</math></p>
2.	<p>Fie <math>A, B \in M_n(R)</math> astfel încat <math>A + B = I_n</math> și <math>A^2 = A^3</math>. Să se arate că:</p> <p>a) <math>AB = BA</math>;</p> <p>b) <math>I_n + AB</math> este inversabilă.</p>
3.	<p>Se consideră șirul <math>(a_n)_{n \geq 1}</math>, cu <math>a_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - 2\sqrt{n}</math>.</p> <p>a) Să se arate că șirul <math>(a_n)_{n \geq 1}</math> este convergent;</p> <p>b) Să se calculeze <math>\lim_{n \rightarrow \infty} x_n</math>, unde <math>x_n = \sqrt{n}(a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} a_n)</math>.</p>
4.	<p>Se consideră șirul <math>(x_n)_{n \geq 0}</math> definit prin relația de recurență:</p> <p><math>x_0 = a</math>, <math>a \in [1;2]</math>, <math>x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2</math>.</p> <p>Să se studieze convergența șirului <math>(x_n)_{n \geq 0}</math> și în caz de convergență să se calculeze <math>\lim_{n \rightarrow \infty} x_n</math>.</p>

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

**succes!**

prof.Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiș