OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 februarie 2013

Clasa a IX- a

SUBIECTUL I (7p)

Fie numărul real $A=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}\ldots+\frac{1}{\sqrt{4048144}+\sqrt{4048143}}$.
Calculaţi partea întreagă a numărului A.

SUBIECTUL II (7p)

Fie numerele reale $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ diferite două câte două cu proprietatea $\frac{a_{n+1}}{3}=\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{n}$ pentru $(\forall)\ n\epsilon\mathbb{N}^*$.

4p) a) Calculaţi a_{2013} ştiind că a_1=2;

3p) b) Calculaţi suma $\frac{a_1}{1}+\frac{a_2}{2}+\frac{a_3}{3}+\cdots+\frac{a_n}{n}$.

SUBIECTUL III (7p)

Arătaţi că dacă $a, b, c\epsilon(0,\infty)$ şi $\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}=1$ atunci

$$\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq\frac{1}{2}$$

SUBIECTUL IV (7p)

Considerăm triunghiul ABC şi D, E, F intersecţiile medianelor din A, B, respectiv C cu cercul circumscris triunghiului. Să se arate că dacă $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\vec{0}$, atunci triunghiul ABC este echilateral.

Gazeta Matematică

Subiecte selectate şi prelucrate de prof. Ciprian Apetrei şi prof. Sebastian Mihalache

Notă:

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timp de lucru: 3 ore**