OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16 februarie 2013

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I (7p)

a) Arătați că $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ \dots\ +\frac{1}{2011\cdot 2013}<\frac{1}{2}$;

b) Calculați produsul numerelor A și B unde:

$$A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)\cdot\ \dots\ \cdot\left(1-\frac{1}{2012}\right)$$

$$B=\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{7}\right)\cdot\ \dots\ \cdot\left(1-\frac{1}{2013}\right).$$

SUBIECTUL II (7p)

Pe dreapta d se consideră punctele A, B, C, D, E, F, în această ordine astfel încât $AB=BC$, $BD=DE$, $CE=EF$ și $AF=48cm$.

a) Calculați lungimea segmentului $[DE]$.

b) Dacă în plus, mijlocul lui $[DE]$ coincide cu mijlocul lui $[AF]$, calculați lungimile segmentelor $[AB]$ și $[EF]$.

SUBIECTUL III (7p)

Aflați numerele naturale a și b știind că $[a,b]$ este de 15 ori mai mare decât (a,b) și $5a+3b=150$. Am notat cu $[a,b]$ cel mai mic multiplu comun și cu (a,b) cel mai mare divizor comun al numerelor a și b.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL IV (7p)

Se consideră un triunghi isoscel ΔABC cu $[AB]\equiv[AC]$ și $m(\sphericalangle A) > 90°$. Notăm cu M și N mijloacele laturilor $[AB]$ și respectiv $[AC]$.

a) Arătați că $[CM]\equiv[BN]$

b) Perpendiculara în M pe dreapta CM intersectează dreapta AC în E, iar perpendiculara în N pe BN intersectează dreapta AB în F. Demonstrați că triunghiul ΔAFE este un triunghi isoscel.

Subiecte selectate și prelucrate de prof. Ioan Ciobanașu și prof. Gabriel Jîjîie

Notă:

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timp de lucru: 2 ore**