OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

16 februarie 2013

Clasa a XI- a

SUBIECTUL I (7p)

Fie matricea de ordin n∈ N^*, $A_n = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,n}}$, unde $a_{ii} = i$, i=$\overline{1,n}$, $a_{i,i+1} =$ $= a_{i+1,i} = 1$, $i = \overline{1,n-1}$ şi $a_{ij} = 0$ în rest. Dacă $\Delta_n = \det(A_n)$, se cere :

3p) a) Calculaţi $\Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$;

4p) b) Arătaţi că $\Delta_n = n \cdot \Delta_{n-1} - \Delta_{n-2}, \forall n \geq 3$.

SUBIECTUL II (7p)

Rezolvaţi în $M_2(R)$ ecuaţia: $X^3 + 3X^2 + 3X = \begin{pmatrix} 7 & -8052 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

SUBIECTUL III (7p)

Fie şirul $(x_n)_{n\in N}$ definit prin $x_{n+1} = x_n + e^{-x_n}, \forall n \in N$ şi $x_0 \in \mathbf{R}$. Să se arate că

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{x_n} = 1$$

SUBIECTUL IV (7p)

Se consideră şirurile de numere reale nenule $(x_n)_{n\geq 1}$ şi $(y_n)_{n\geq 1}$ care verifică relaţiile : $x_{n+1} = \frac{4+2x_n+x_n y_n}{y_n}, y_{n+1} = \frac{4+2y_n+x_n y_n}{x_n}, \forall n \in N^*$ şi $x_1 = 1, y_1 = 4$. Să se calculeze limita şirurilor (x_n) şi (y_n)

Subiecte selectate şi prelucrate de prof. Teodor Trişcă

Notă:

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Timp de lucru: 2 ore**