

**Concursul interjudețean de matematică "Traian  
Lalescu"**  
**Ediția a XXVII-a**  
**Arad, 22-24 martie 2013**

clasa a VII-a

1) Fie  $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$  astfel încât  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 6$ .

Demonstrați că  $a \neq b$ , iar numărul  $\frac{a+b}{a-b}$  este irațional.

\* \* \*

2) Se dă triunghiul isoscel  $ABC$ , cu  $AB = AC$ . Bisectoarea unghiului  $\angle ABC$  intersectează  $(AC)$  în  $D$ . Demonstrați că dacă două dintre segmentele  $[AD]$ ,  $[BD]$ ,  $[BC]$  sunt congruente, atunci toate cele trei segmente sunt congruente.

Dorel Miheț

3) În triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 13$ ,  $CA = 15$ ,  $BC = 14$ , notăm cu  $E, D, M$  respectiv picioarele înălțimii, bisectoarei și mediane din  $A$ . Latura  $[BC]$  se împarte în  $n$  părți egale, printre punctele de diviziune aflându-se și punctele  $E, D, M$ . Aflați cea mai mică valoare posibilă a lui  $n$ .

Evan Chen (NIMO 2013)

4) a) Fie  $m \in \mathbb{N}$ . Arătați că  $m^2 + 1$  nu se divide cu 7.

b) Există  $n \in \mathbb{N}$  cu proprietatea că  $2013^n + 1$  se divide cu  $6^n - 1$ ?

Dorel Miheț

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii și sunt punctate cu note cuprinse între 1 și 10.

*Succes!*