

Concursul interjudețean de matematică ”Traian Lalescu”

Ediția a XXVII-a
Arad, 22-24 martie 2013

clasa a VIII-a

1) Demonstrați că dacă a, b sunt numere naturale diferite de zero, iar $\frac{a\sqrt{3} + b}{b\sqrt{3} + 1} \in \mathbb{Q}$,
atunci $\frac{a^2 + b^2 + 1}{a + b + 1}$ este număr natural.

Prelucrare după Ștefan Smarandache (Olimpiada Națională 1994)

2) Baza piramidei $VABC$ este triunghiul echilateral ABC . Demonstrați că dacă cele patru fețe ale piramidei au ariile egale, atunci $VABC$ este tetraedru regulat.

Dorel Miheț

3) Fie $x_1, x_2, \dots, x_{10} \in \mathbb{N}$ cu $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 15$.

Demonstrați că $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 \geq 25$.

Andrei Eckstein

4) Se știe că modificând o singură cifră din scrierea zecimală a numărului $2^{42643801}$ se obține un număr prim p .

a) Care este ultima cifră a lui p ?

b) Arătați că 42643801 este număr prim.

Dorel Miheț

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii și sunt punctate cu note cuprinse între 1 și 10.

Succes!