

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ - 9 februarie 2013**

**Clasa a VII-a**

1. Pentru fiecare număr natural  $n$ , notăm:

$$S_n = \frac{n-1}{2} + \frac{n-3}{4} + \frac{n-7}{8} + \dots + \frac{n-2047}{2048}.$$

a) Determinați cel mai mic număr  $n$  pentru care  $S_n$  este număr natural.

b) Demonstrați că  $S_n < n - 10$ , pentru orice număr natural  $n$ .

*Emanuel Munteanu*

2. a) Arătați că 2013 se poate scrie ca diferența a doua pătrate perfecte.

b) Arătați că 2013 nu se poate scrie ca suma a două pătrate perfecte.

c) Există  $a$  și  $b$  naturale astfel încât  $2013 = a^4 - b^4$ ? Justificați răspunsul.

*Dorina Rapcea*

3. În dreptunghiul  $ABCD$ ,  $AB > BC$ , se notează cu  $E$  simetricul lui  $A$  față de  $BD$ . Arătați că patrulaterul  $BCED$  este trapez isoscel.

*Gazeta Matematică*

4. În triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 4$  și  $AC = 12$ ,  $AD$  este bisectoarea unghiului  $A$ ,  $D \in [BC]$ . Să se demonstreze că  $AD < 6$ .

*Aurel Aldea*

*Notă:* Toate subiectele sunt obligatorii.  
Fiecare subiect valorează 7 puncte.  
Timpul de lucru este de 3 ore.