COLEGIUL NAŢIONAL
„UNIREA”
Str. Cezar Bolliac, Nr. 15, Focşani, Vrancea
Tel / Fax: 0040 237 215659; e-mail: cnu@lufo.ro; http://unireamat.lufo.ro/

Concursul Interjudeţean de Matematică „UNIREA”
Focşani, 23 februarie 2013

Clasa a XI-a

Subiectul 1. Fie şirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin $x_0 = 1$, $x_{n+1} = 3x_n + \sqrt{8x_n^2 - 7}$, $n \geq 0$.

a) Să se arate că $x_n \in \mathbb{N}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}$;

b) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_{n+1}}{x_n}$;

c) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{6^n}$.

Subiectul 2. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cu proprietatea $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$. Dacă există $\alpha \in \mathbb{R}$ cu proprietatea că există $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$ atunci oricare ar fi $x_0 \in \mathbb{R}$ există $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$.

Subiectul 3. Fie $A \in M_n(\mathbb{C})$ cu $\det(A) = 0$ şi A^* adjuncta matricei *A*. Să se arate că:

a) $rang(A^*) \leq 1$;

b) dacă există $m \in \mathbb{N}$, $m \geq 2$ astfel ca $(A^*)^m = 0_n$ atunci $(A^*)^2 = 0_n$.

Subiectul 4. Fie $A \in M_n(\mathbb{R})$ cu proprietatea $AA^t = I_n$. Să se arate că $\left|\sum\limits_{1\leq i,j\leq n} a_{ij}\right| \leq n$.

Timp de lucru: 3 ore

SUCCES!