COLEGIUL NAȚIONAL „UNIREA”
Str. Cezar Bolliac, Nr. 15, Focşani, Vrancea
Tel / Fax: 0040 237 215659; e-mail: cnu@lufo.ro; http://unireamat.lufo.ro/

Concursul Interjudețean de Matematică „UNIREA”
Focşani, 23 februarie 2013

Clasa a VII-a

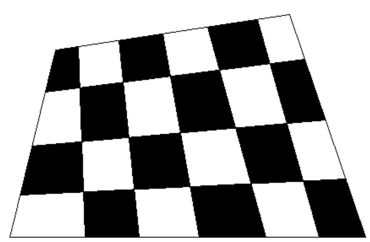
Subiectul 1. a) Dacă a,b,c sunt numere nenule cu $\frac{2b-c}{a}=\frac{2c-a}{b}=\frac{2a-b}{c}$, calculați $E=\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$.

b) Să se arate că oricare ar fi n număr natural prim cu 10, există $p\in\mathbb{N}^*$ astfel încât n divide a, unde $a=20132013...2013$, 2013 de p ori.

Subiectul 2. Determinați numerele naturale distincte două câte două $a_1,a_2,...,a_7$ pentru care $a_1^4+a_2^4+a_3^4+...+a_7^4=1^4+3^4+5^4+...+13^4$.

Subiectul 3. a) Se dau punctele $M_1,M_2,...,M_{2013}\in d_1$ şi $N_1,N_2,...,N_{2013}\in d_2$ astfel încât $M_{k-1}M_k=M_kM_{k+1}$ şi $N_{k-1}N_k=N_kN_{k+1}$ oricare ar fi $k=2,3,...,2012$. Să se arate că mijloacele segmentelor M_kN_k, $k=1,2,3,...,2013$ sunt coliniare.

b) Suprafața pe care se desfăşoară un joc are forma unui patrulater oarecare cu laturile opuse împărțite în 6, respectiv 4 segmente congruente şi colorată în alb şi negru. Să se arate că suprafața “albă” este egală cu suprafața ”neagră”.



Subiectul 4. Se dă trapezul $ABCD$ cu baza mare (AB). Fie $M\in(AB)$, $P\in(AD)$, $S\in(BC)$ astfel încât $MP\parallel BD$ şi $MS\parallel AC$. Dacă $AC\cap BD=\{O\}$ şi $PS\cap OM=\{E\}$ să se arate că:

a) triunghiurile AOD şi BOC au aceeaşi arie;

b) $EP=ES$.

Timp de lucru: 3 ore

SUCCES!