Inspectoratul Școlar Județean Brăila

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 09. 02. 2013

CLASA a V-a

1. Demonstrați că numărul

$$\overline{abcd}+\overline{bcda}+\overline{cdab}+\overline{dabc}$$

este divizibil cu 11.

Ionuț Mazalu, Brăila

2. Determinaţi ultimele trei cifre ale numărului

$$a=5^{2009}+5^{2010}+5^{2011}+5^{2012}+5^{2013}.$$

Daniela Cerchez, Brăila

3. Arătați că suma tuturor numerelor naturale nenule care împărțite la 51 dau câtul egal cu dublul restului nu este pătrat perfect.

Daniela Tilincă, Adriana Mihăilă, Brăila

4. Să se demonstreze că, pentru orice număr natural n, în secvența

$$3^{n+3},\ 5^{n+5},\ 7^{n+7},\ \ldots,\ 4019^{n+4019},\ 4021^{n+4021}$$

există doi termeni care au diferența divizibilă cu 2010.

Narcis Gabriel Turcu, Brăila

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de două ore.

Inspectoratul Școlar Județean Brăila

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 09. 02. 2013

CLASA a VI-a

1. a) Determinaţi toţi divizorii numărului 2013.

b) Determinaţi cel mai mic număr natural care are acelaşi număr de divizori cu 2013.

Cerchez Daniela, Brăila

2. Determinaţi numerele naturale nenule a, b astfel încât

$$(a,b)+[a,b]=52.$$

Tilincă Daniela, Mihailă Adriana, Brăila

3. Fie unghiul xOy şi $A,C\in$ $(Ox$, $B,D\in$ $(Oy$ astfel încât $OA=OB$ şi $OC=OD$. Demonstraţi că $(OT$ este bisectoarea unghiului xOy, unde $AD\cap BC=\{T\}$.

***

4. Să se arate că nu există cuburi perfecte de forma $\overline{x0yy0x}$, scrise în sistemul zecimal.

Narcis Gabriel Turcu, Brăila

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de două ore.

Inspectoratul Școlar Județean Brăila

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 09. 02. 2013

CLASA a VII-a

1. În trapezul *ABCD* de baze [*AB*] şi [*CD*] se consideră punctul *M* mijlocul segmentului [*BC*]. Bisectoarele unghiurilor *ABC* şi *BCD* se intersectează în punctul *L*. Demonstraţi că dreptele *ML* şi *AB* sunt paralele.

***

2. Determinaţi numărul natural *x*, ştiind că:

$$x=\left[\sqrt{1\cdot 2}\right]+\left[\sqrt{2\cdot 3}\right]+\left[\sqrt{3\cdot 4}\right]+.......+\left[\sqrt{2012\cdot 2013}\right],$$

unde $\left[a\right]$ este partea întreagă a numărului real *a*.

***

3. Fie *n* un număr natural compus. Să se arate că există numerele naturale $k>1$ și $a_1, a_2, ..., a_k>1$ astfel încât

$$a_1+a_2+...+a_k=n\cdot\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+...+\frac{1}{a_k}\right).$$

Petre Bătrânețu, Galați

4. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului *ABC* în care $m(\sphericalangle C)=2\cdot m(\sphericalangle A)$ și $AC=2\cdot BC$.

Marcel Chiriță, București

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

Inspectoratul Școlar Județean Brăila

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 09. 02. 2013

CLASA a VIII-a

1. Determinaţi $x \in [-3;1]$ pentru care $\frac{|x|}{|x-1|+|x+3|} = 0,(5).$

Vasile Tarciniu, Vrancea

2. Determinaţi numărul real x astfel încât:

$$\sqrt{22+6x-3x^2} + \sqrt{34+4x-2x^2} \geq x^2 - 2x + 12.$$

Nicolae Stănică, Brăila

3. Fie $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată. $AM \perp SB$, $M \in SB$, $BN \perp SC$, $N \in SC$, $CP \perp SD$, $P \in SD$, $DQ \perp SA$, $Q \in SA$ și R simetricul lui N față de AC.

a) Demonstrați că punctele B, R, Q, D sunt coplanare.

b) Aflați măsura unghiului dintre dreptele MP și RQ.

Victor Nicolae, Petre Simion, București

4. În cubul $ABCDA'B'C'D'$ fie $AC \cap BD = \{S\}$, punctul N mijlocul segmentului $[D'S]$ şi $AB=6$ cm. Dacă $C'N \cap (ADD') = \{T\}$, atunci calculaţi distanţa de la punctul T la planul (NSC).

Daniela Narcisa Ivan, Brăila

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.
2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.