Inspectoratul Școlar al Județului Arad

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală
16 februarie 2013

CLASA a V-a

1. Un număr natural se împarte la 2, din rezultat se scade 10, apoi noul rezultat se împarte la 11. Ştiind că în final obținem 2, aflați numărul inițial.

2. Andrei are o anumită sumă de bani şi se pregăteşte pentru două evenimente : Tabăra de Matematică şi aniversarea Anei. Dacă ar câştiga premiul de 50 lei şi n-ar putea merge la aniversare, noua sumă ar fi cubul unui număr natural, iar dacă n-ar câştiga nimic, dar ar cheltui pentru cadou 50 lei, noua sumă ar fi pătratul aceluiaşi număr natural. Ce sumă are Andrei ?

3. Să se calculeze suma tuturor numerelor de forma $\overline{abab}$, ştiind că $\overline{ab}$ - $\overline{ba}$ = a + 3b.

4. Fie numărul natural A= $[\,(3^3\cdot3^4+3^6\cdot3+3^{2012} : 3^{2005})\cdot(27^3)^{55}]^4 +1^{2012}$.
   a. Arătați că A > 9^{1006};
   b. Arătați că A + 81^{503} nu este pătrat perfect.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 puncte .
Timp de lucru 2 ore .

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală
16 februarie 2013

CLASA a VI-a

1. Două numere naturale mai mici decât 200 au cel mai mare divizor comun 28, iar produsul lor este 32928. Aflați numerele.

2. Dacă împărțim numerele 2587 şi 5172 la numărul $\overline{abc}$ obținem acelaşi rest. Determinați numărul $\overline{abc}$.

3. Unghiurile AOB şi BOC sunt adiacente cu m($\widehat{AOC}$)= 120^0, [OM este bisectoarea unghiului AOB, iar [ON_1, [ON_2, [ON_3 sunt bisectoarele unghiurilor COB, CON_1, respective CON_2. Dacă m($\widehat{MON_3}$)=75^0, determinați măsura unghiului dintre [ON_2 şi semidreapta opusă semidreptei [OA.

4. Fie A, B, C, D patru puncte coliniare, în această ordine, astfel încât AB+2·BC +3·CD=2·AD.
   a. Arătați că AB=CD;
   b. Determinați punctul M $\in$(BC) astfel încât AM·MC=BM·MD.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 puncte .
Timp de lucru 2 ore .

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală
16 februarie 2013

CLASA a VII-a

1. Calculaţi : (-2)·$(-1)^{n^2+n}$+3·$(-1)^{n^2+n+1}$ - (-4)·$(-1)^{n^2+n+2}$, n∈ N.

2. Pentru orice număr natural n≥2 definim numerele: a_n= 10^{n^3-n+2}. Arătaţi că a_n se scrie ca sumă a patru cuburi perfecte.

3. Fie ABCD un romb de arie 104, O intersecţia diagonalelor sale şi punctele M∈(AB), N∈(AD).
   a. Arătaţi că, dacă O este centrul de greutate al triunghiului CMN, atunci $\widehat{BCM}$≡$\widehat{DCN}$;
   b. În condiţiile de la punctual a), aflaţi aria triunghiului CMN.

4. Pe latura (BC) a triunghiului ABC se consideră punctele D şi E, astfel încât BD=DE=EC. Fie (BB' bisectoarea unghiului ABC, B' ∈(AC) şi CC' înălţimea din C pe AB, C'∈(AB). Dacă AD∩BB'={M}, AE∩ CC'={N}, iar M şi N sunt mijloacele segmentelor (BB'), respectiv (CC'), calculaţi măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte .
Timp de lucru 3 ore .

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală
16 februarie 2013

CLASA a VIII-a

1. Comparați numerele a şi b dacă : a=1,(3)+2,(3) +…+100,(3); b=1,3 +2,3+…100,3.

2. Aflați valorile întregi ale lui a pentru care $\sqrt{\frac{9a+4}{a-6}}$ este număr rațional.

3. Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare astfel încât BD=BC. Bisectoarele unghiurilor ABC şi ABD intersectează pe AC în P şi respectiv pe AD în Q.
   a. Demonstrați că PQ||(BCD).
   b. Perpendicularele duse din A pe bisectoarele BP şi respective BQ intersectează pe BP în E şi BC în M, respective pe BQ în F şi pe BD în N. Determinați poziția dreptei EF față de planul (ACD).

4. Se consideră pătratul ABCD şi P un punct situat pe perpendiculara în D pe planul pătratului. Dacă E, F, G sunt proiecțiile lui D pe PA, PB, respective PC demonstrați că :
   a. DE⊥PB;
   b. Punctele D, E, F, G sunt coplanare;
   c. $\frac{EA}{EP}+\frac{GC}{GP}=\frac{FB}{FP}$

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte .
Timp de lucru 3 ore .