



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”***etapa locală, 9 februarie 2013**clasa IX-a, socio-uman***SUBIECTUL I**

Fie numerele  $x_1, x_2, x_3$  în progresie aritmetică. Să se arate că aceste numere verifică relația :  $\frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} = \frac{2}{x_1 \cdot x_3}$

**SUBIECTUL II**

Fie  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , o funcție care verifică relația  $f(x+y) = f(x) + f(y), \forall x, y \in \mathbb{R}$

- Să se arate că  $f(0) = 0$
- Să se arate că  $f(-x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{R}$
- Să se calculeze  $f(-2012) + f(-2010) + \dots + f(2010) + f(2012)$

**SUBIECTUL III**

După două ieftiniri succesive cu 10%, respectiv 25% prețul unui produs este 540 lei.

- Aflați prețul inițial.
- Ce procent din prețul inițial reprezintă prețul final?

**SUBIECTUL IV**

Sa se calculeze  $E = \frac{1+a^2}{a+b} - \frac{1-a^2}{a-b}$  pentru  $a = \sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$  și

$$b = \frac{2\sqrt{5}-2\sqrt{11}+\sqrt{20}}{3\sqrt{13}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$$

**NOTĂ:**

Toate problemele sunt obligatorii.

Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**

*etapa locală, 9 februarie 2013*

*clasa X-a, socio-uman*

**SUBIECTUL I**

a) Să se calculeze:  $2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[5]{2} \cdot \frac{1}{\sqrt[6]{16}}$ ,

b) Să se aducă expresia  $E$  la forma cea mai simplă:  $E = \frac{a^{\frac{3}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} : \frac{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}{a - b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$

**SUBIECTUL II**

a) Să se compare numerele:

$$X = \log_2 16 - \log_2 4 + \log_3 \sqrt{3}$$

$$Y = \log_5 125 + \log_{11}(4 + \sqrt{5}) + \log_{11}(4 - \sqrt{5})$$

b) Să se calculeze în funcție de  $a$  ( $a > 0$ )  $2B + A$ , dacă

$$A = \lg\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \dots + \lg\left(1 - \frac{1}{1000}\right) \quad B = \log_3 a + \log_3 a^2 + \log_3 a^3 + \dots + \log_3 a^{100}$$

**SUBIECTUL III**

Se consideră funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \log_3(2x^2 - 7x + 6)$

a) Să se determine domeniul maxim de definiție a funcției

b) Să se calculeze  $f(1)$ ,  $f\left(\frac{5}{2}\right)$ ,  $f(3)$

c) Să se rezolve ecuația:  $f(x) = 1$ .

**SUBIECTUL IV**

Să se rezolve ecuațiile:

a)  $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 160$

b)  $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 7$ .

**NOTĂ:**

*Toate problemele sunt obligatorii.*

*Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.*

*Timp de lucru: 3 ore*



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**

*etapa locală, 9 februarie 2013*

*clasa XI-a, socio-uman*

**SUBIECTUL I**

La un concurs , in care punctajele se situeaza intre 0 si 100, s-au obtinut rezultatele:

75 ; 21 ; 46 ; 82 ; 33 ; 11 ; 3 ; 95 ; 87 ; 63 ; 49 ; 51 ; 17 ; 29 ; 38 ; 77 ; 83 ; 59 ; 68 ; 41 ; 33 ; 27 ; 14 ; 63 ;  
48 ; 46 ; 76 ; 75 ; 19 ; 92 ; 81 ; 16 ; 28 ; 49 ; 54 ; 71 ; 83 ; 66 ; 94 ; 25 ;

- Grupati rezultatele concursului intr-un tabel, in functie de apartenenta acestora la clasele statistice :  $[0 ; 20]$  ,  $( 20 ; 50 ]$  ,  $( 50 , 90 ]$  ,  $( 90 , 100 ]$ .
- Determinati media seriei statistice formata de notele obtinute la concurs.
- Daca primii 25% din concurenti sunt premiati, determinati punctajul minim de obtinere a unui premiu si media notelor obtinute de concurentii premiati.

**SUBIECTUL II**

La un control de calitate realizat pe un esantion cu 20 pachete de unt , se impun urmatoarele conditii:

- Media pe esantion  $\bar{x}$  trebuie sa fie cuprinsa in intervalul  $[ 240, 260 ]$
- Abaterea medie patratica  $\sigma$  sa fi mai mica decat 20 .
- Proportia de pachete din afara intervalului  $[ \bar{x} - \frac{\sigma}{2}, \bar{x} + \frac{\sigma}{2} ]$  sa nu depaseasca 30%;
- Stiind ca esantionul este urmatorul, sa se stabileasca daca acesta trece de toate probele de calitate:

251 ; 239 ; 248 ; 249 ; 252 ; 261 ; 258 ; 254 ; 261 ; 248 ; 244 ; 252 ; 254 ; 249 ; 255 ; 244 ; 239 ; 258 ;  
255; 251 ;

**SUBIECTUL III**

Pretul a doua costume este acelasi initial, dar primul se reduce la inceput cu 35%, dupa care se scumpeste tot cu 35 %. Stiind ca pretul celui de al doilea costum se reduce si el initial cu 35 %, dar apoi se scumpeste, prima data cu 20% si apoi cu inca 15 %, sa se afle care dintre cele doua costume costa mai mult in final.

**SUBIECTUL IV**

La teza la matematica de pe semestrul I la clasa a X-a A s-au obtinut urmatoarele note:

Nota	5	6	7	8	9	10
Nr. note	2	5	5	5	5	2

In clasa a X-a B s-au obtinut notele:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. note	1	2	4	2	7	8	6

- a) Care clasa este cea mai buna?( are media cea mai mare)  
b) Care clasa este cea mai omogena? ( are dispersia cea mai mica)

**NOTĂ:**

*Toate problemele sunt obligatorii.*

*Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.*

*Timp de lucru: 3 ore*



SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”***etapa locală, 9 februarie 2013**clasa XII-a, socio-uman***SUBIECTUL I**Pe multimea numerelor reale definim legile de compozitie  $x * y = xy - 2x - 2y + 6$  si

$$x \circ y = xy - 3(x + y) + 12 .$$

a) Sa se verifice ca  $(x * 2) - (3 \circ x) = -1, \forall x \in \mathbb{R}$ ; ( 2 puncte)b) Stiind ca  $e_1$  este elementul neutru în raport cu legea "\*" si  $e_2$  este elementulneutru în raport cu legea "o" sa se calculeze  $e_1 * e_2 + e_1 \circ e_2$ . ( 5 puncte)**SUBIECTUL II**Pe multimea numerelor reale  $\mathbb{R}$  se considera legea de compozitie interna  $*: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,data prin  $x * y = xy + \sqrt{2} (x + y) + 2 - \sqrt{2}, \forall x, y \in \mathbb{R}$ . Stabiliti daca  $(\mathbb{R}, *)$  este grup abelian.**SUBIECTUL III**În multimea  $M_2(\mathbb{R})$  se considera egalitatea  $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$ . Sa se arate ca daca  $a_1, a_2, a_3, a_4$  suntin progresie aritmetica , atunci  $b_2 - b_1, b_3 - b_2, b_4 - b_3$  sunt in progresie aritmetica.**SUBIECTUL IV**Spunem ca doua matrice  $A, B \in M_2(\mathbb{R})$  au proprietatea (\*) daca  $A+B=A \cdot B$ .a)Justificati ca matricele  $A = \begin{pmatrix} -4 & 17 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$  si  $B = \begin{pmatrix} -6 & -17 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$  au proprietatea (\*).b)Sa se arate ca daca matricele  $X, Y \in M_2(\mathbb{R})$  au proprietatea (\*) atunci  $X \cdot Y = Y \cdot X$  .**NOTĂ:***Toate problemele sunt obligatorii.**Fiecare problemă este notată cu maxim 7 puncte.**Timp de lucru: 3 ore*