Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Ministerul Educaţiei Naţionale

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa Judeţeană şi a Municipiului Bucureşti, 8 Martie 2014

CLASA a VII-a

Problema 1. a) Arătaţi că pentru orice numere reale a şi b are loc relaţia:

$$\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)+50 \geq 2\,(2a+1)\,(3b+1)\,.$$

b) Determinaţi numerele naturale n şi p care verifică relaţia

$$\left(n^2+1\right)\left(p^2+1\right)+45 = 2\,(2n+1)\,(3p+1)\,.$$

Problema 2. Fie numerele reale a, b, c astfel încât:

$$|a-b| \geq |c|, \quad |b-c| \geq |a|, \quad |c-a| \geq |b|.$$

Arătaţi că unul dintre numerele a, b, c este suma celorlalte două.

Problema 3. Se consideră triunghiul ABC în care $m(\hat{A}) = 135^\circ$. Perpendiculara în A pe dreapta AB intersectează latura $[BC]$ în punctul D, iar bisectoarea unghiului B intersectează latura $[AC]$ în punctul E. Determinaţi măsura unghiului BED.

Gazeta Matematică

Problema 4. Se consideră pătratul $ABCD$ şi punctele $K \in (AB)$, $L \in (BC)$ şi $M \in (CD)$ astfel încât triunghiul KLM este dreptunghic isoscel, cu unghiul drept în L. Demonstraţi că dreptele AL şi DK sunt perpendiculare.

Timp de lucru 4 ore.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.