Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

23 februarie 2014

Clasa a X-a

Problema 1. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale inecuaţia

$\left(3+2\sqrt{2}\right)^x \leq 6\left(\sqrt{2}+1\right)^x -1$

Veronica Grigore, profesor, Galaţi

Problema 2. Pe laturile patrulaterului convex $ABCD$ se consideră punctele

$M \in (AB)$, $N \in (BC), P \in (CD)$, $Q \in (DA)$, astfel încât $\frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC} = \frac{CP}{PD} = \frac{DQ}{QA} = k$, iar pe

segmentele (MN), (NP), (PQ), (QM) se aleg punctele R, S, T, U astfel încât

$\frac{MR}{RN} = \frac{NS}{SP} = \frac{PT}{TQ} = \frac{QU}{UM} = l$, unde k, $l \in (0\,;+\infty)\setminus\{1\}$.

Dacă patrulaterul $RSTU$ este paralelogram, să se demonstreze că $ABCD$ este paralelogram.

Mihai Totolici , profesor, Galaţi

Problema 3. Să se rezolve ecuaţia:

$\log_{\{x-1\}}|1-x| + \log_{|x-1|}\{x-1\} + [x]^2 + 2\cdot\{x\} = 1+2x,$ unde $x \in (0,1)\cup(1,2)$.

(s-a notat : {a}= partea fracţionară a numărului real a, [a]= partea întreagă a numărului real a,

$|a|$ = modulul numărului real a).

Vasile Duma, profesor, Galați

Problema 4.

Fie $z \in \mathbb{C} - \mathbb{R}$ astfel încât $|z^2+4| = |4z+1|$. Să se determine cea mai mare şi cea mai mică valoare posibilă pentru $|z|$ şi numerele complexe z pentru care se ating aceste valori.

Iuliana Duma, profesor, Galați