Colegiul National “Mircea cel Batran”, Ramnicu Valcea

Concursul Interjudetean

“Mathematica - Modus Vivendi”

Ediţia a XI-a 22 februarie 2014

Clasa a X-a

1 Fie x,y,z $\in(1,\infty)$ şi a>0 astfel încât lg x $\sqrt{\lg y \lg z}$ + lg y $\sqrt{\lg x \lg z}$ + lg z $\sqrt{\lg x \lg y} \geq$ a

Arătaţi că xyz $\geq 10^{\sqrt{3a}}$. In ce caz avem egalitate?

Prof. Tutescu Lucian,Craiova

Prof. dr. Pana Catalin,Rm.Valcea

2 **a) Fie** a>b>c>d>0. Arătaţi că funcţia f:R->R ,f(x)= $\frac{a^x+b^x}{c^x+d^x}$ este injectivă.

b) Rezolvaţi ecuaţia:

$$9^x+25^x=15^x+\frac{19}{225}$$

Prof.Tutescu Lucian,Craiova
Prof.dr.Pana Catalin,Rm Valcea

3 a)Să se calculeze:

(1-i)(2-i)(3-i)$\cdot\ldots\cdot$(2014-i) + (1+i) (1+2i)$\cdot\ldots\cdot$(1+2014i)

Prof. Ionel Tudor, Călugăreni

b) Arătaţi că: $|z-1|^2+|z-\varepsilon|^2+|z-\varepsilon^2|^2=3+3|z|^2$ pentru orice numar complex z si

. ε radacina cubica a unitatii, ε diferit de 1. GM

4 Să se demonstreze că în orice triunghi sunt adevărate inegalităţile:

a) (b+c)sin $\frac{A}{2} \leq \frac{a^2(b+c)^2}{4abc}$

b) (b+c)sin $\frac{A}{2}$ +(a+c)sin $\frac{B}{2}$ +(a+b)sin $\frac{C}{2} \leq \frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{16Rr}$

Prof. Ciobotaru Petre,Rm.Valcea

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu un punctaj de la 0 la 7 puncte