MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014

# CLASA a XI-a

**Problema 1.**

Daca A,B,C,D sunt solutiile ecuatiei matriciale $X^2=\begin{pmatrix}3 & -5\\ 5 & 8\end{pmatrix}$ aratati ca

$$A^{2013}+B^{2013}+C^{2013}+D^{2013}=O_2.$$

**Problema 2.**

Fie matricile $A,B\in \mathrm{M}_2(\mathbb{R})$. Sa se arate ca :

(i) $\det(A+B)-\det(A)-\det(B)=tr(A)tr(B)-tr(AB)$.

(ii) Daca matricea A este inversabila,atunci ecuatia $\det(xA+B)=0$ are doua solutii reale si distincte daca si numai daca are loc inegalitatea

$$\left(\det(A)-\det(B)\right)^2>\det(A+B)\cdot\det(A-B).$$

**Problema 3.**

Sa se arate ca $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{n+2^n}\right)=0.$

**Problema 4.**

Se considera sirul $(x_n)_{n\geq 1}$ de numere reale definit prin $x_1=\sqrt{\frac{1}{2}}$ si

$x_{n+1}=\sqrt{\frac{1+x_n}{2}}, n\geq 1.$ Sa se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}x_1x_2...x_n$.

G.M.

NOTA:Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7.