

Concursul Interjudețean

„Mathematica – modus vivendi”

Ediția a XI-a, 22 februarie 2014

CLASA a XII-a

1. i) Dacă a, b, c sunt numere reale distincte două câte două, atunci demonstrați egalitatea

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = 2 \left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a} \right).$$

- ii) Aflați primitivele funcției

$$f(x) = \frac{\sin(x+2) - \sin(x+4)}{(\sin x - \sin(x+2))(\sin x - \sin(x+4))} + \frac{\sin(x+4) - \sin x}{(\sin(x+2) - \sin(x+4))(\sin(x+2) - \sin x)} + \frac{\sin x - \sin(x+2)}{(\sin(x+4) - \sin x)(\sin(x+4) - \sin(x+2))}$$

unde x aparține unui interval pe care numitorii sunt diferiți de zero.

Prof. univ. dr. Dumitru Acu, Sibiu

2. Să se calculeze integrala:

$$I = \int_2^{2014} \frac{[\log_{[x]} x]}{x(x^{2014} + 1)} dx$$

unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

Prof. dr. Cătălin Pană, Râmnicu-Vâlcea

3. Dacă într-un grup comutativ finit, mai puțin de jumătate din elementele sale coincid cu simetricile lor, atunci cel mult o treime din elementele grupului au această proprietate.

Prof. Irinel Dafințescu, Râmnicu-

Vâlcea

4. Determinați numerele întregi m, n, p astfel încât $m^2 + n^2 = p! + 6$

Prof. Marian Cuconeș, Mărășești

Notă: Timp de lucru 3 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.