CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
" PETRU MOROŞAN-TRIDENT "
Ediţia a XI-a , Secţiunea A (M_1),
Brăila, 8-9.11.2013

CLASA a XII a

1. Să se determine funcţiile care admit primitive şi au proprietatea că

$$f(x-y)+f(x+y)=2f(x)+2f(y), \text{ oricare ar fi } x,y\in\mathbb{R}.$$

Gazeta Matematică

2. Pe mulţimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+3x+3y+6, (\forall) x,y\in\mathbb{R}$.
Fie $M=(-\infty,-4]\cup[-2,\infty)$ şi $G=(a,\infty), a\in\mathbb{R}$.
i) Arătaţi că M este parte stabilă lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea „$*$", $(M,*)$ este monoid comutativ şi determinaţi elementele nesimetrizabile din M.
ii) Determinaţi $a\in\mathbb{R}$ pentru care $(G,*)$ este grup.
iii) Determinaţi $H\subset\mathbb{R}$, dacă $(H,*)$ este grup finit.

Dan Negulescu, Brăila

3. Fie M mulţimea funcţiilor continue $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ care admit o primitivă F cu proprietatea $F(x)>x$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

a) Aflaţi funcţiile de gradul întâi care aparţin mulţimii M.

b) Arătaţi că există $f,g\in M$ astfel încât $f+g\notin M$.

c) Dacă funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+...+a_n, n\geq 1, a_0\neq 0$ atunci $f\in M \Leftrightarrow n$ este impar şi $a_0>0$.

Radu Vasile, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.