

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN -TRIDENT ”
Ediția a XI-a , Secțiunea B (M₂),
Brăila, 09.11. 2013

CLASA a XII a

1. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție care îndeplinește condiția $f\left(x - \frac{1}{2}\right) + 2x \leq 2x^2 + 1 \leq f\left(x + \frac{1}{2}\right) - 2x$.

Calculați $\int f(x)e^x dx$.

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G = \left\{ X(a) \in M_2(\mathbb{R}) \mid X(a) = I_2 + aA, a > -\frac{1}{2} \right\}$.

a) Arătați că G este parte stabilă a lui $M_2(\mathbb{R})$ în raport cu operația de înmulțire a matricelor. Stabiliți că (G, \cdot) este grup abelian .

b) Calculați $X_{\frac{1}{2}} \cdot X_{\frac{3}{2}} \cdot \dots \cdot X_{\frac{2n-1}{2}}, n \in \mathbb{N}^*$.

3. Fie un tabel cu trei linii și trei coloane. În fiecare căsuță scriem un număr natural așa încât suma de pe fiecare linie și fiecare coloană și diagonală să fie aceeași S . Notăm cu n elementul aflat pe linia 2 și coloana 2. Demonstrați că $S = 3n$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.