

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
“ PETRU MOROȘAN-TRIDENT ”
Ediția a XI-a , Secțiunea A (M₁),
Brăila, 8-9.11.2013

CLASA a IX a

1. Fie trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD, AC \cap BD = \{O\}, AB < CD$. Cercul de diametru (AD) taie din nou BD în T și cercul de diametru (BC) taie din nou AC în R . Demonstrați că $\frac{OA}{OB} = \frac{OT}{OR}$.

2. i) Arătați că $\frac{a\sqrt{2013} + b\sqrt{2014}}{a+b} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{Q}$ cu $a+b \neq 0$.

ii) Calculați $\left[\frac{a\sqrt{2013} + b\sqrt{2014}}{a+b} \right]$ pentru $a, b \in \mathbb{Q}_+$ cu $a+b \neq 0$ și $\left[\frac{2\sqrt{5} + n\sqrt{11}}{n+2} \right]$ pentru $n \in \mathbb{N}$.

Dan Negulescu, Brăila

3. Aflați $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}_+^*, n \geq 2$ care verifică simultan proprietățile:

i) $x_1 + x_2 + \dots + x_n - (n-1)x_1x_2\dots x_n \leq 1$

ii) $x_2x_3\dots x_n + x_1x_3\dots x_n + \dots + x_1x_2\dots x_{n-1} + \frac{1}{x_1x_2\dots x_n} \leq n+1$.

Carmen și Viorel Botea, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.