

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 21 februarie 2014
CLASA A IX-A

Filiera tehnologică-Profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

SUBIECTUL I

1. Fie predicatul $p(x, y) : y^2 - 2x + 7 \geq 0, x, y \in R$.

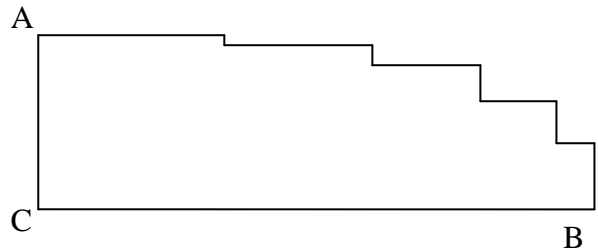
- a) Determinați valorile reale ale lui m pentru care propoziția $p(m, 1)$ este adevărată.
 b) Dați exemplu de un număr real b pentru care propoziția $\forall y, p(b, y)$ este adevărată.

2. Se știe că orice bacil este un microb, iar unii bacili sunt patogeni. Stabiliți care din următoarele propoziții sunt adevărate: p_1 : Toți microbii sunt patogeni; p_2 : Niciun microb nu este patogen; p_3 : Unii bacili patogeni nu sunt microbi; p_4 : Unii microbi sunt patogeni; p_5 : Niciun microb patogen nu este un bacil; p_6 : Există microbi care nu sunt bacili.

SUBIECTUL III

Scara unui amfiteatru este astfel construită încât distanța dintre două trepte consecutive (contratreapta) scade cu câte 2 cm la fiecare treaptă, iar lățimea crește cu câte 5 cm, începând de la bază.

- a) Câte trepte conține scara știind că prima treaptă este înaltă de 35 cm, iar ultima are 15 cm.
 b) Să se determine lungimea BC știind că a 6-a treaptă are lățimea de 50 cm.
 c) Aflați lungimea unei mochete ce se aplică prin lipire pe toată scara, de la A la B.



SUBIECTUL III

Fie $S_n = 3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{333\dots3}_{n \text{ cifre}}, n \in \mathbf{N}^*$.

- a) Arătați că $S_3 : 41$.
 b) Calculați suma $10 + 10^2 + \dots + 10^n$.
 c) Calculați S_{2014} .

SUBIECTUL IV

Fie rombul ABCD de centru O astfel încât $AB = 2014$ și $m(B) = 60^\circ$.

- a) Dacă M și N sunt mijloacele segmentelor AO, respectiv CO, demonstrați că $\overline{BM} + \overline{BN} = \overline{BA} + \overline{BC}$.
 b) Demonstrați că $\overline{PB} + \overline{PD} = \overline{PA} + \overline{PC}$ pentru orice punct P din planul rombului.
 c) Calculați modulul vectorului $\overline{BA} + \overline{OC}$.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru efectiv trei ore.
- Pentru fiecare problemă rezolvată se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)

Vă dorim succes !

prof. Zeno Blajovan, inspector școlar de specialitate - I.S.J. Timiș

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

etapa locală – 21 februarie 2014

CLASA A IX-A

Filiera tehnologică-Profil servicii, resurse naturale și protecția mediului

BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

- 1.
- a) $p(m,1) : 1 - 2m + 7 \geq 0$ 1p
 $\Rightarrow m \in (-\infty, 4]$ 1p
- b) $\forall y \in \mathbf{R}, p(b, y) \Rightarrow y^2 - 2b + 7 \geq 0, \forall y \in \mathbf{R}$ 1p
 $\Rightarrow y^2 \geq 2b - 7, \forall y \in \mathbf{R}$
 Un exemplu $b = 1 \Rightarrow y^2 \geq -5, \forall y \in \mathbf{R}$ 1p
2. $p_1 : F, p_2 : F, p_3 : F, p_4 : A, p_5 : F, p_6 : A$ 2p

SUBIECTUL II

- a) $h_1 = 35, h_n = 15, r = -2 \Rightarrow n = 11$, deci scara are 11 trepte 2p
- b) $l_6 = 50, r = 5 \Rightarrow l_1 = 25$, deci lățimea primei trepte este 25cm 1p
 $\Rightarrow BC = 5,5 \text{ m}$ 1p
- c) $S = S_{11} + S'_{11}$, unde S_{11} este suma primilor 11 termeni ai progresiei înălțimilor treptelor, iar S'_{11} suma primilor 11 termeni ai progresiei lățimilor treptelor. 1p
 $\Rightarrow S = 825 \text{ cm} = 8,25 \text{ m}$ 2p

SUBIECTUL III

- a) $S_3 = 3 + 33 + 333 = 369 =$ 1p
 $= 41 \cdot 9 : 41$ 1p
- b) $S = \frac{10(10^n - 1)}{9}$ 1p
- c) $S_{2014} = \sum_{k=1}^{2014} \underbrace{333\dots 3}_k = \sum_{k=1}^{2014} (3 + 3 \cdot 10 + 3 \cdot 10^2 + \dots + 3 \cdot 10^{k-1})$ 2p
 $= 3 \sum_{k=1}^{2014} \frac{10^k - 1}{9} = \frac{1}{3} \left(\sum_{k=1}^{2014} 10^k - 2014 \right) = \frac{1}{3} \left[\frac{10(10^{2014} - 1)}{9} - 2014 \right]$ 2p

SUBIECTUL IV

- a) $\overline{BM} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BO}), \overline{BN} = \frac{1}{2}(\overline{BO} + \overline{BC})$ 1p
 $\Rightarrow \overline{BM} + \overline{BN} = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{BC} + 2\overline{BO}) = \frac{1}{2}(2\overline{BA} + 2\overline{BC}) = \overline{BA} + \overline{BC}$ 2p
- b) $\overline{PB} + \overline{PD} = 2\overline{PO}, \overline{PA} + \overline{PC} = 2\overline{PO}$ 1p
- c) $|\overline{BA} + \overline{OC}| = |\overline{BA} + \overline{OB} + \overline{BC}| = |2\overline{BO} - \overline{BO}| = |\overline{BO}|$ 2p
 $\Rightarrow BO = 1007\sqrt{3}$ 1p