CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 21 februarie 2014
CLASA A IX-A
Filiera tehnologică-Profilul tehnic-Toate specializările profesionale

SUBIECTUL I

1.Fie predicatul $p(x,y): y^2-2x+7\geq 0$, $x,y\in R$.

a)Determinaţi valorile reale ale lui m pentru care propoziţia $p(m,1)$ este adevărată.

b)Daţi exemplu de un număr real b pentru care propoziţia $\forall y, p(b,y)$ este adevărată.

2. Se ştie că orice bacil este un microb, iar unii bacili sunt patogeni. Stabiliţi care din următoarele propoziţii sunt adevărate: p_1 : Toţi microbii sunt patogeni; p_2 : Niciun microb nu este patogen; p_3 : Unii bacili patogeni nu sunt microbi; p_4 : Unii microbi sunt patogeni; p_5 : Niciun microb patogen nu este un bacil; p_6 : Există microbi care nu sunt bacili.

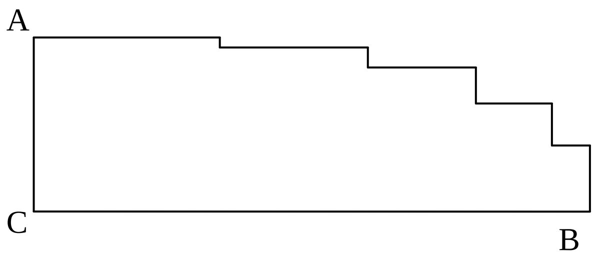
SUBIECTUL III

Scara unui amfitreatru este astfel construită încât distanța dintre două trepte consecutive (contratreapta) scade cu câte 2 cm la fiecare treaptă, iar lățimea crește cu cîte 5 cm, începând de la bază.

a)Câte trepte conține scara știind că prima treaptă este înaltă de 35 cm, iar ultima are 15 cm.

b)Să se determine lungimea BC știind că a 6-a treaptă are lățimea de 50 cm.

c)Aflați lungimea unei mochete ce se aplică prin lipire pe toată scara , de la A la B.



SUBIECTUL III

Fie $S_n=3+33+333+...+\underbrace{333...3}_{n\ cifre}$, $n\in\mathbf{N}^*$.

a)Arătați că $S_3\,\vdots\,41$.

b)Calculați suma $10+10^2+...+10^n$.

c)Calculați S_{2014} .

SUBIECTUL IV

Fie rombul $ABCD$ de centru O astfel încât $AB=2014$ și $m(B)=60^\circ$.

a)Dacă M și N sunt mijloacele segmentelor AO, respectic CO, demonstrați că $\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$.

b)Demonstrați că $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}$ pentru orice punct P din planul rombului.

c)Calculați modulul vectorului $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{OC}$.

Notă:

- *Toate subiectele sunt obligatorii.* *Timp de lucru efectiv trei ore.*
- *Pentru fiecare problemă rezolvată se acordă 7 puncte (0 puncte din oficiu)*

Vă dorim succes !

prof. Zeno Blajovan, inspector şcolar de specialitate - I.S.J. Timiş

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*
etapa locală – 21 februarie 2014

CLASA A IX-A

Filiera tehnologică-Profilul tehnic-Toate specializările profesionale
BAREM DE CORECTARE

SUBIECTUL I

1.

a) $p(m,1): 1-2m+7 \geq 0$ **1p**

$\Rightarrow m \in (-\infty, 4]$ **1p**

b) $\forall y \in \mathbf{R}, p(b,y) \Rightarrow y^2 - 2b + 7 \geq 0 \quad , \forall y \in R$ **1p**

$\Rightarrow y^2 \geq 2b - 7, \ \forall y \in \mathbf{R}$

Un exemplu $b = 1 \Rightarrow y^2 \geq -5, \forall y \in \mathbf{R}$ **1p**

2. $p_1 : F, p_2 : F, \ p_3 : F, \ p_4 : \text{A}, \ p_5 : F, p_6 : \text{A}$ **2p**

SUBIECTUL II

a) $h_1 = 35, \ h_n = 15, \ r = -2 \Rightarrow n = 11$, deci scara are 11 trepte **2p**

b) $l_6 = 50, \ r = 5 \Rightarrow l_1 = 25$, deci lățimea primei trepte este 25cm **1p**

$\Rightarrow BC = 5{,}5$ m **1p**

c) $S = S_{11} + S'_{11}$, unde S_{11} este suma primilor 11 termeni ai progresiei înălțimilor treptelor, iar S'_{11} suma primilor 11 termeni ai progresiei lățimilor treptelor. **1p**

$\Rightarrow S = 825cm = 8{,}25m$ **2p**

SUBIECTUL III

a) $S_3 = 3 + 33 + 333 = 369 =$ **1p**

$= 41 \cdot 9 \vdots 41$ **1p**

b) $S = \dfrac{10\left(10^n - 1\right)}{9}$ **1p**

c) $S_{2014} = \sum_{k=1}^{2014} \underbrace{333...3}_{k \ cifre} = \sum_{k=1}^{2014} \left(3 + 3 \cdot 10 + 3 \cdot 10^2 + ... + 3 \cdot 10^{k-1}\right)$ **2p**

$= 3\sum_{k=1}^{2014} \dfrac{10^k - 1}{9} = \dfrac{1}{3}\left(\sum_{k=1}^{2014} 10^k - 2014\right) = \dfrac{1}{3}\left[\dfrac{10\left(10^{2014} - 1\right)}{9} - 2014\right]$ **2p**

SUBIECTUL IV

a) $\overrightarrow{BM} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BO}\right), \overrightarrow{BN} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BC}\right)$ **1p**

$\Rightarrow \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{BN} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BO}\right) = \dfrac{1}{2}\left(2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC}\right) = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ **2p**

b) $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO}, \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{PO}$ **1p**

c) $\left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{OC}\right| = \left|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}\right| = \left|2\overrightarrow{BO} - \overrightarrow{BO}\right| = \left|\overrightarrow{BO}\right|$ **2p**

$\Rightarrow BO = 1007\sqrt{3}$ **1p**