BAREM DE CORECTARE
pentru
CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
etapa locală – 21 februarie 2014
CLASA A XII-A
Filiera tehnologică – Profil tehnic-toate specializările

SUBIECTUL I

a) Calculează $(-1)*(-1)=-2+2014m$ ………………………………… **1p**

finalizează: $m=\dfrac{1}{2014}$ ……………………………………………… **1p**

b) $m=-\dfrac{1}{2014}\Rightarrow x*y=x+y-xy$

Observă că $x*1=1*x=1,\forall x\in\mathbf{R}$ ……………………...……… **1p**

finalizează : ***E= 1*** …………………………...………………… **1p**

c) $m=\dfrac{1}{2014}\Rightarrow x*y=x+y+xy$

$f(x*y)=f(x)\cdot f(y),\forall x,y\in\mathbf{R}-\{-1\}$

$axy+ax+ay+b=a^2xy+abx+aby+b^2$, $\forall x,y\in\mathbf{R}-\{-1\}$ ……………..… **1p**

Deduce $a^2=a$ şi $ab=a$

Cum f injectivă $\Rightarrow a\neq 0\Rightarrow a=1$ şi $b=1$ …….……………………..………… **1p**

Demonstrează că $f:R\setminus\{-1\}\to R^*$, $f(x)=x+1$ este bijectivă …………… **1p**

SUBIECTUL II

a) Definiţia elementului neutru …………………………………………… **1p**

Determinarea elementului neutru $e=0\in G$ …………………………… **1p**

b) Determinarea simetricului $\left(\dfrac{1}{2}\right)'=-\dfrac{1}{2}\in G$ …………………………… **1p**

De unde $2\circ\left(\dfrac{1}{2}\right)'=\dfrac{27}{16}$ ………………………………………………… **1p**

c) Determinarea funcţiei $f:(-3,3)\to R,\ f(x)=\dfrac{1}{6}\ln\left(\dfrac{3+x}{3-x}\right)+c$ ……….. **1p**

Determină $c=0$ ………………………………………………………… **1p**

Demonstrează $f(x\circ y)=f(x)+f(y),\ \forall x,y\in(-3,3)$ …………...…………… **1p**

SUBIECTUL III

a) $l_d(1)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\dfrac{1}{x(1+\ln x)}=1$, f(1)=1 , **1p**

$l_s(1)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\dfrac{x^2+x-2}{\sqrt{x}-1}-5=1$ …........................ **1p**

$\Rightarrow l_s(1) = l_d(1) = f(1) \Rightarrow f$ continuă în 1. Justifică f continua pe R

$\Rightarrow$f admite primitive **1p**

b) $\int \frac{f(x)+5}{x+2}dx = \int (\sqrt{x}+1)\,dx$ **1p**

$= \frac{2}{3}x(\sqrt{x}+1)+C$ **1p**

c) Fie G o primitivă pentru g $\Rightarrow$

$G''(x) = g'(x) = -\frac{2+\ln x}{x^2(1+\ln x)^2}, \quad \forall x \in (1,\infty) \Rightarrow$ **1p**

Justifică $G''(x) < 0, \forall x \in (1,\infty) \Rightarrow G$ concavă pe $(1,\infty)$ **1p**

SUBIECTUL IV

a) $g'(x) = 3bx^2 + 2abx$, $x \in R$ **1p**

g primitivă pentru f $\Rightarrow g'(x) = f(x), \forall x \in \mathbf{R} \Rightarrow 3bx^2 + 2abx = x^2 + ax, \forall x \in R$

$\Rightarrow a = 0, b = \frac{1}{3}$ **1p**

b) $\int \frac{\sqrt[3]{f'(x)} + f(x)}{g(x)}dx = \int \frac{3(\sqrt[3]{2x} + x^2)}{x^3}dx =$ **1p**

$= 3\sqrt[3]{2}\int x^{-\frac{8}{3}}dx + 3\int \frac{1}{x}dx =$ **1p**

$= -\frac{9\sqrt[3]{2}}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} + 3\ln|x| + C = -\frac{9\sqrt[3]{2}}{5x\sqrt[3]{x^2}} + 3\ln x + C$ **1p**

c) $\int \frac{3g(x)-1}{x^2+x+1}dx = \int \frac{x^3-1}{x^2+x+1}\,dx = \int (x-1)dx$ **1p**

$= \frac{x^2}{2} - x + C$ **1p**