OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014

CLASA a VII - a

Subiectul I

a) Dacă $m, n \in N^*$, aflaţi care este cel mai mic număr de forma $\left|5^{2m} - 3^n\right|$.

b) Comparaţi numerele: $\dfrac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}}$ şi $\dfrac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2015}}$.

Subiectul II

Într-un turneu de şah participă cel puţin 10 elevi dintre care 2 elevi de clasa a VII-a , restul fiind elevi de clasa a VIII –a. Fiecare participant joacă exact câte o partidă cu fiecare din ceilalţi. Cei doi elevi din clasa a VII-a au obţinut în total 8 puncte , iar elevii din clasa a VIII-a au obţinut punctaje egale. Ştiind că pentru un joc câştigat se acordă un punct, pentru remiză $0,5$ puncte şi 0 puncte pentru un joc pierdut, câţi participanţi sunt în clasa a VIII-A ?

Subiectul III

Demonstraţi că în orice trapez modulul diferenţei lungimilor bazelor este strict mai mare decât modulul diferenţei lungimilor laturilor neparalele .

Subiectul IV

În ΔABC, B\` şi M sunt mijloacele segmentelor (AC) şi respective (BB\`). Dacă $(AM \cap (BC) = \{A`\}, (B`A` \cap (AB = \{D\}$ şi $N \in (AA`)$ astfel încât B\`N || BC, atunci:

1) Arătaţi că BA\`B\`N este paralelogram;

2) Calculaţi $\dfrac{A_{A`DC}}{A_{ABC}}$.

Timp de lucru 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

CLASA a VII- a

Subiectul I

a) Dacă $m, n \in N^*$, aflați care este cel mai mic număr de forma $\left|5^{2m} - 3^n\right|$.

b) Comparați numerele: $\dfrac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}}$ şi $\dfrac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2015}}$.

Barem:

a) Pentru m = 1 şi n = 3, $\left|5^{2m} - 3^n\right| = 2$ 1p

Avem $u\left(5^{2m}\right) \in \{5\},\ \forall\, m \in N^*$ şi $u\left(3^n\right) \in \{1,3,7,9\},\ \forall n \in N^*$, $u\left(\left|5^{2m} - 3^n\right|\right) \in \{2,4,6,8\},\ \forall\, m, n \in N^*$

.... 1p

Prin urmare cel mai mic număr de forma $\left|5^{2m} - 3^n\right|$ este 2 .... 1p

b) Arătăm că: $\dfrac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}} > 1$ 1p

Calculăm diferența: $\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015} - \sqrt{2014}^{2015} - \sqrt{2015}^{2014} =$
$\sqrt{2015}^{2014}\left(\sqrt{2015} - 1\right) - \sqrt{2014}^{2014}\left(\sqrt{2014} - 1\right) > 0$ 1p

Deoarece $\sqrt{2015} - 1 > \sqrt{2014} - 1$ şi $\sqrt{2015}^{2014} > \sqrt{2014}^{2014}$, deci $\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015} >$ $\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}$, ceea ce este echivalent cu $\dfrac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}} > 1$ 1p

Cum $\dfrac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2015}} < 1 \Rightarrow \dfrac{\sqrt{2014}^{2014} + \sqrt{2015}^{2015}}{\sqrt{2014}^{2015} + \sqrt{2015}^{2014}} > \dfrac{\sqrt{2014}}{\sqrt{2015}}$. 1p

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA A VII A

Subiectul II

Într-un turneu de şah participă cel puţin 10 elevi dintre care 2 elevi de clasa a VII-a , restul fiind elevi de clasa a VIII –a. Fiecare participant joacă exact câte o partidă cu fiecare din ceilalţi. Cei doi elevi din clasa a VII-a au obţinut în total 8 puncte , iar elevii din clasa a VIII-a au obţinut punctaje egale. Ştiind că pentru un joc câştigat se acordă un punct, pentru remiză $0,5$ puncte şi 0 puncte pentru un joc pierdut, câţi participanţi sunt în clasa a VIII-A ?

BAREM

Fie n numărul de elevi de clasa a VIII-a şi m numărul de puncte obţinut de fiecare elev de clasa a VIII-a. Rezultă că în turneu sunt obţinute în total $n\cdot m+8$...2p

Pe de altă parte acest număr de puncte poate fi calculat şi astfel: $n+2$ persoane , fiecare din ele joacă cu câte $n+1$ persoane fiecare , deci numărul de puncte este $\frac{(n+2)(n+1)}{2}$ (numărul de puncte este egal cu numărul de partide)..2p

Prin urmare $n\cdot m+8=\frac{(n+2)(n+1)}{2} \Leftrightarrow n(n+3-2m)=14$..2p

Cum $14=1\cdot 2\cdot 7$, sunt posibile următoarele cazuri :

1) $n=1, m=-5$ - fals

2) $n=2, m=-1$ - fals

3) $n=7, m=4$ - fals (sunt mai mult de 10 elevi)

4) $n=14, m=8$ - adevărat

....1p

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BACĂU

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

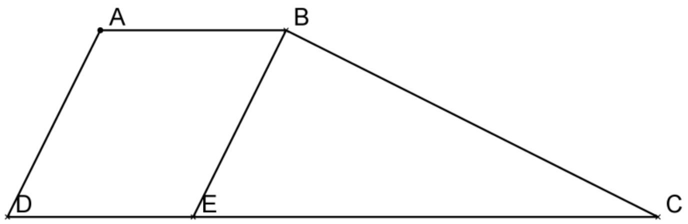
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

CLASA a VII-a

Subiectul III

Demonstraţi că în orice trapez modulul diferenţei lungimilor bazelor este strict mai mare decăt modulul diferenţei lungimilor laturilor neparalele .

Considerăm trapezul $ABCD$ cu bazele $AB < CD$, şi, fără a restrânge generalitatea $AD \le BC$, conform desenului



Barem:

Prin B construim BE||AD, $E \in (CD)$ ……………………………………………………1p

$ABED$ este paralelogram(conform definiției)…………………………………………………1p

Din $ABED$ paralelogram rezultă $[AD] \equiv [BE]$……………………………………………1p

$|CD - AB| = |CD - ED| = EC$ ……………………………………………………..1p

În ΔBEC avem $EC > |BC - BE|$ ……………………………………………………...2p

$EC = |CD - AB| > |BC - BE| = |BC - AD|$ ………………………………………………1p

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
16.02.2014
BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

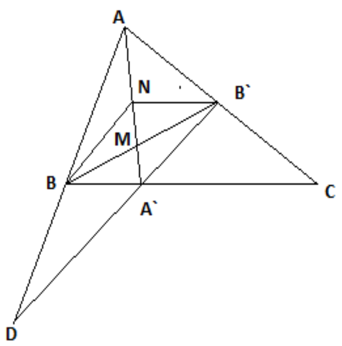
CLASA a VII-a

Subiectul IV

În ΔABC, B\` şi M sunt mijloacele segmentelor (AC) şi respective (BB\`). Dacă $(AM \cap (BC) = \{A`\}, (B`A` \cap (AB = \{D\}$ şi $N \in (AA`)$ astfel încât B\`N || BC, atunci:

1) Arătați că BA\`B\`N este paralelogram ;

2) Calculaţi $\dfrac{A_{A`DC}}{A_{ABC}}$.



1) $\Delta B'NM \equiv \Delta BA'M (U.L.U.) \Rightarrow [B'N] \equiv [BA']$..1p

$[B'N] \| [BA']$ și $[B'N] \equiv [BA'] \Rightarrow BA'B'N$ paralelogram...1p

2)în $\Delta AA'C$ avem $\left.\begin{array}{l} B'N \| CA` \\ [AB'] \equiv [B'C] \end{array}\right| \overset{R.T.l.m.}{\Rightarrow} [AN] \equiv [NA']$..1p

În $\Delta ADA'$ avem $\left.\begin{array}{l} BN \| DA` \\ [AN] \equiv [NA`] \end{array}\right| \overset{R.T.l.m.}{\Rightarrow} [AB] \equiv [BD]$...1p

În $\Delta ADC avem [DB'] si [CB] mediane \Rightarrow A'c.g.$ 1p

$A_{A`CD} = \frac{2}{3} \cdot A_{BDC} = \frac{2}{3} \cdot A_{ABC} \Rightarrow$..1p

$\dfrac{A_{A`CD}}{A_{ABC}} = \dfrac{2}{3}$..,,,,,,,........1p