Olimpiada de matematică
Faza locală - 16 februarie 2014

Clasa a VI-a

1. Fie a,b,c cifre nenule și numărul $A=\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$.

a) Demonstrați că numărul A este divizibil cu 3;

b) Demonstrați că numărul A nu este divizibil cu 28, oricare ar fi cifrele a,b,c.

2. Două unghiuri suplementare au o latură comună și bisectoarele lor determină un unghi de 60°. Determinați măsurile celor două unghiuri.

Gazeta Matematică - 10/2013

3. O mulţime M de numere raţionale are următoarele proprietăţi :

1) $6\in M$ și $12\in M$;

2) dacă $x\in M$ și $y\in M$ atunci $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\right)\in M$;

3) dacă $(2x+3y)\in M$, atunci $(x+y)\in M$.

Arătaţi că :

a) Mulţimea M conţine cel puţin două numere naturale consecutive;

b) Mulţimea M conţine cel puţin trei numere prime;

c) Există $a,b,c,d\in M$, distincte două câte două, astfel încât $a+b=c+d$.

4. De dimineaţă o rândunică zboară pe o creangă a unui copac şi ciripeşte o dată, apoi zboară pe o a doua creangă şi ciripeşte de două ori, apoi pe a treia creangă şi ciripeşte de trei ori şi aşa mai departe (pe a 20-a creangă ciripeşte de 20 de ori…). Pe a câta creangă se află rândunica când ciripeşte pentru a 100-a oară de dimineaţă ?

NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore din momentul primirii subiectului.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA,
jud. HUNEDOARA
Tel: +40 (0)254213315, +40(0)254215755
Fax: +40 (0)254215034, +40(0) 254220911
e-mail: inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

Olimpiada de matematică
Faza locală - 16 februarie 2014

Clasa a VI-a - barem

1.	**a)**	Se obține $A=111(a+b+c)$. Cum $111 \vdots 3$, se obține concluzia.	**4p**
	b)	Avem $(28;\ 111)=1$ și $a+b+c\leq 27$ și apoi concluzia.	**3p**

2.	Se demonstrează că unghiurile nu pot fi adiacente.	**2p**
	Se obțin măsurile 30° și 150°.	**5p**

3.	**a)**	$x=6\in M, y=12\in M \overset{2)}{\Rightarrow} 7\in M$, aşadar mulţimea conţine numerele consecutive 6 şi 7.	**2p**
	b)	$x=6\in M, y=6\in M \overset{2)}{\Rightarrow} 5\in M$, apoi $(2\cdot 1+3\cdot 1)\in M \overset{3)}{\Rightarrow} 2\in M$, aşadar avem numerele prime 2, 5 şi 7 în mulţime;	**3p**
	c)	$x=12\in M, y=12\in M \overset{2)}{\Rightarrow} 10\in M$, apoi $x=10\in M, y=3\in M \overset{2)}{\Rightarrow} 6\in M$. Deci, se pot lua $a=2, b=7, c=3, d=6$.	**2p**

4.	Notăm(pentru simplificarea redactării) creanga cu numărul *n* cu c_n. Atunci, pe c_1 rândunica ciripeşte o dată, pe c_2 rândunica ciripeşte de 2 ori, ..., pe c_n rândunica ciripeşte de *n* ori. În total, înainte de a zbura de pe c_n, rândunica a ciripit de $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$ ori.	**4p**
	Din $\frac{n(n+1)}{2}\leq 100<\frac{n(n+1)}{2}+n+1$ deducem, eventual prin încercări, $n=13$. (Adică ultimul ciripit de pe creanga c_{13} este al 91- lea , deci rândunica ciripeşte a 100-a oară când se află pe creanga c_{14}).	**3p**

NOTĂ

- Orice soluţie corectă se punctează corespunzător.