



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
18 IANUARIE 2014**

CLASA a V-a

Subiectul 1.

- Arătați că $13^{254} - 13^{253} - 13^{252} - 13^{251}$ este divizibil cu 2014 oricare ar fi n număr natural.
- Fie numărul $a = 10^{448} + 10^{224} - 4$. Aflați câte cifre are numărul a și calculați suma cifrelor numărului a .

Subiectul 2.

Fie șirul de numere naturale $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, \dots$

- Aflați câte numere mai mici decât 100 sunt în șir.
- Aflați suma numerelor mai mici decât 100 din șir.

Subiectul 3.

Suma a patru numere este 2014. Aflați cele patru numere știind că dacă adunăm 16 la primul număr, scădem 16 din al doilea număr, împărțim la 16 al treilea număr, se obține de fiecare dată cel de-al patrulea număr.

Subiectul 4.

Ana, Barbu și Cristi au împreună o sumă de bani mai mică de 100 de lei, iar fiecare în parte are mai mult de 5 lei. Ana și Barbu au împreună de trei ori mai mult decât Cristi, iar Barbu și Cristi au împreună de trei ori mai mult decât Ana. Aflați care sunt cele mai mari și cele mai mici sume pe care le pot avea cei trei copii.

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 2 ore**

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
18 IANUARIE 2014**

**CLASA a V-a
Bareme**

Subiectul 1.

a. Mai general: $13^{n+3} - 13^{n+2} - 13^{n+1} - 13^n = 13^n (13^3 - 13^2 - 13 - 1) = 13^n \cdot 2014 : 2014$...**3p.**

b. $a = 10^{448} + 10^{224} - 4 = \underbrace{1000\dots0}_{448} + \underbrace{1000\dots0}_{224} - 4 = \underbrace{1000\dots0}_{224} \underbrace{999\dots9}_{223} 6$...**2p.**

a are 449 cifre ...**1p.**

$S = 1 + \underbrace{9+9+9+\dots+9}_{223} + 6 = 2014$...**1p.**

Subiectul 2.

a. Șirul este format din șirul numerelor naturale din care au fost eliminați multiplii lui 4 ...**1p.**
De la 1 la 100 (inclusiv) sunt 25 de multipli de 4 ...**1p.**

$100 - 25 = 75$ de numere mai mic decât 100 sunt în șir. ...**1p.**

b. $1+2+3+\dots+100=5050$...**1p.**

$4+8+12+\dots+100=4(1+2+3+\dots+25)=1300$...**2p.**

Finalizare $S=5050 - 1300=3750$...**1p.**

Subiectul 3.

$a+b+c+d=2014, a+16=d, b-16=d, c:16=d$...**2p.**

$a=d-16, b=d+16, c=d \cdot 16$...**2p.**

$a+b+c+d=2014 \Rightarrow d-16+d+16+d \cdot 16+d=2014 \Rightarrow 19 \cdot d=2014 \Rightarrow d=106$...**2p.**

$a=90, b=122, c=1696, d=106$...**1p.**

Subiectul 4.

Notez cu a, b, c sumele celor trei

$a+b+c < 100, a > 5, b > 5, c > 5$ **1p.**

$a+b=3c$ și $b+c=3a$ **1p.**

prin scăderea celor două relații obținem $a=c$ **1p.**

înlocuind în una din relațiile anterioare obținem $b=2c$ (sau $b=2a$) **1p.**

din $a+b+c < 100$ obținem $4c < 100$, deci $c < 25$ **1p.**

cele mai mari sume : $a=24$ lei, $b=48$ lei, $c=24$ lei **1p.**

cele mai mici sume : $a=6$ lei, $b=12$ lei, $c=6$ lei **1p.**