OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
18 IANUARIE 2014

CLASA a VI-a

Subiectul 1.

Dacă împărţim numerele 3625 şi 1611 la numărul $\overline{abc}$ obţinem acelaşi rest. Determinaţi numărul $\overline{abc}$.

Subiectul 2.

Determinaţi valorile natural ale lui n pentru care $(3x+11, 5x-3)=2^n$, unde x este număr natural, iar (a,b) reprezintă cel mai mare divizor comun al numerelor a şi b.

Subiectul 3.

Fie numerele *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15*. Care este cel mai mic număr de numere care trebuie excluse dintre acestea, astfel încât cu numere rămase să formăm două mulţimi cu acelaşi cardinal şi cu proprietatea că produsul elementelor din cele două mulţimi este acelaşi? Daţi un exemplu de astfel de mulţimi.

Subiectul 4.

Se consideră punctele O, A, B, C astfel încât $[OA]\equiv[OB]\equiv[OC]$, $\sphericalangle AOB\equiv\sphericalangle BOC$ şi $m(\sphericalangle AOB)>90^\circ$. Pe semidreapta opusă semidreptei $(OB$ se consideră punctul D.

a. Arătaţi că $(OD$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOC$.
b. Arătaţi că $\Delta BCD\equiv\Delta BAD$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii
Timp de lucru: 2 ore

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
18 IANUARIE 2014

CLASA a VI-a
Bareme

Subiectul 1.

$3625=\overline{abc}\cdot x+r$ şi $1611=\overline{abc}\cdot y+r,\quad r<\overline{abc}$ … **2p.**

Prin scăderea celor două relaţii obţinem $2014=\overline{abc}\cdot(x-y)$ … **1p.**

Deci $\overline{abc}$ este un divizor al lui *2014* … **1p.**

$2014=2\cdot 19\cdot 53$, deci $\overline{abc}=106$ … **3p.**

Subiectul 2.

Dacă $(3x+11,5x-3)=2^n$ atunci $2^n/3x+11$ şi $2^n/5x-3$ … **2p.**

$2^n/(3x+11)\cdot 5-(5x-3)\cdot 3\Rightarrow 2^n/64$ … **3p.**

$\Rightarrow\ n\in\{0,1,2,3,4,5,6\}$ … **2p.**

Subiectul 3.

Dacă produsul elementelor din prima mulţime este x şi din a doua mulţime este tot x deci produsul tuturor numerelor trebuie să fie pătrat perfect. … **2p.**

Descompunem numerele date şi calculăm produsul lor:

1, 2, 3, 2^2, 5, $2\cdot 3$, 7, 2^3, 3^2, $2\cdot 5$, 11, $2^2\cdot 3$, 13, $2\cdot 7$, $3\cdot 5$.

Produsul lor este $P=2^{11}\cdot 3^6\cdot 5^3\cdot 7^2\cdot 11\cdot 13$. … **2p.**

Vom exclude câte un factor din produs care are putere impară, adică 2, 5, 11, 13. … **1p.**

card A=card B $\Rightarrow$ trebuie excluse un număr impar de numere: 10, 11, 13. … **1p.**

un exemplu ar fi: A={2, 3, 5, 8, 9, 14}, B={1, 4, 6, 7, 12, 15}. … **1p.**

Subiectul 4.

a. $m(\sphericalangle AOD)=180^\circ-m(\sphericalangle AOB), m(\sphericalangle COD)=180^\circ-m(\sphericalangle COB)$ şi $\sphericalangle AOB\equiv\sphericalangle BOC$ …**2p.**

b. $\Delta BOC\equiv\Delta BOA\Rightarrow[BC]\equiv[BA]$ (cazul LUL) …**2p.**

$\Delta DOC\equiv\Delta DOA\Rightarrow[DC]\equiv[DA]$ (cazul LUL) …**2p.**

$\Delta BCD\equiv\Delta BAD$ (cazul LLL) …**1p.**