

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ, 14.02.2014
Clasa a VII-a

1. (7p) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația: $\sqrt{x-2} + \sqrt{2-y} = 3$.

2. (4p) a) Costul unei bluze reprezintă 30% din costul unei rochii, respectiv 7,5% din costul unui palton. Cât la sută reprezintă costul rochiei din costul paltonului?

(3p) b) La un magazin prețul unui produs s-a mărit cu 25%, apoi s-a redus cu p%, ajungând la prețul inițial. Cât la sută reprezintă reducerea aplicată?

Doina Negrilă

3. Fie dreptunghiul $ABCD$ cu $AD = 4\text{cm}$, $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$ și $m(\hat{A}BD) = 30^\circ$. Notăm cu M și N , respectiv cu P și Q , picioarele perpendicularelor din A și C pe diagonala BD , respectiv din B și D pe diagonala AC .

(4p) a) Arătați că $MQNP$ este dreptunghi.

(3p) b) Calculați aria dreptunghiului $MQNP$.

Mihaela Diana Dragoie

4. (7p) Fie paralelogramul $ABCD$ cu $AD \perp AC$. Notăm cu N piciorul perpendicularei din C pe BD și cu P simetricul lui B față de AC . Demonstrați că $AN \perp NP$.

GM9/2013

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.

Barem de corectare OLM Clasa a VII-a, 2014

1. Condițiile de existență a radicalilor: $x \geq 2$ și $y \leq 2$ (1p)

Observația: $0 \leq \sqrt{x-2} \leq 3$ (1p)

$x \in \{3, \dots, 10, 11\}$ (1p)

Mulțimea soluțiilor este: $\{2, -7\}; \{6, -2\}; \{6, 1\}; \{1, 2\}$ (4p)

2. a) $b = \frac{30}{100} \cdot r$, $b = \frac{7,5}{100} \cdot p$ (1p)

$\frac{30}{100} \cdot r = \frac{7,5}{100} \cdot p$ (1p)

$\frac{r}{p} = \frac{1}{4} \Rightarrow$ prețul rochiei este 25% din prețul paltonului(1p)

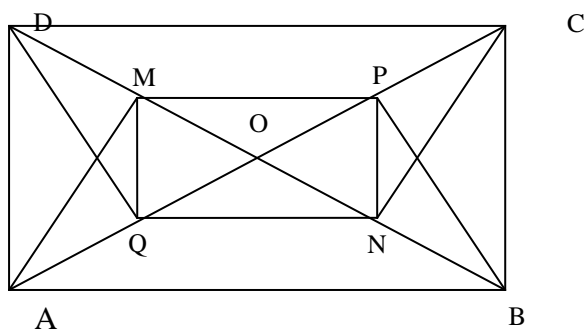
b) Dacă x este prețul inițial al produsului, prețul acestuia după scumpire este:

$x + \frac{25}{100} \cdot x = \frac{125}{100} \cdot x = \frac{5}{4} \cdot x$ (1p)

$\frac{5}{4} \cdot x - \frac{p}{100} \cdot \frac{5}{4} \cdot x = x$ (1p)

Soluția: $p\% = 20\%$ (2p)

3. a) Figura corectă(1p)



$\triangle AMD \equiv \triangle CNB \equiv \triangle BPC \equiv \triangle DQA \Rightarrow DM=BN=CP=AQ$ (2p)

$AO=BO=CO=DO \Rightarrow MO=NO=PO=QO$ (diferențe de segmente congruente) $\Rightarrow MQNP$ dreptunghi(1p)

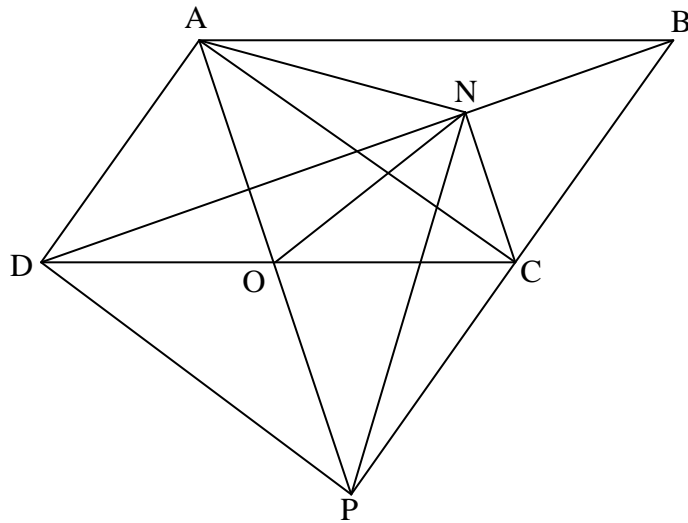
b) $\triangle ADO$ isoscel cu un unghi de 60° , deci este echilateral, înălțimile AM și DQ sunt mediane,

MQ este linie mijlocie $\Rightarrow MQ = \frac{DA}{2}$ (1p)

În $\triangle AOB$ QN este linie mijlocie $\Rightarrow QN = \frac{AB}{2}$ (1p)

$A_{MQNP} = MQ \cdot QN = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}cm^2$ (1p)

4. Figura corectă(1p)



$$\left. \begin{array}{l} BC = CP \\ BC = AD \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} CP = AD \\ CP \parallel AD \end{array} \right\} \Rightarrow ADPC \text{ paralelogram cu } m(\hat{D}AC) = 90^{\circ} \Rightarrow ADPC \text{ dreptunghi .(2p)}$$

$$AP \cap DC = \emptyset, \Delta DNC \text{ dreptunghic în } N, \overline{NO} \text{ mediană} \Rightarrow NO = \frac{DC}{2} \dots\dots\dots(2p)$$

$$AP = DC \Rightarrow NO = \frac{DC}{2} \Rightarrow \Delta ANP \text{ dreptunghic în } N \Rightarrow AN \perp NP \dots\dots\dots(2p)$$