Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

23 februarie 2014

Clasa a VIII-a

Problema 1. Să se determine intervalul $[a,b]\subset\mathbb{R}$, ştiind că este îndeplinită condiţia

$$|a-b-2|-a^2=\left(b-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{8}{3}.$$

Problemă selectată de Viorica Bujor, profesor, Galați

Problema 2. Tetraedrul VABC are baza triunghiul echilateral ABC, iar vârful V se proiectează în interiorul triunghiului ABC. Se notează cu a, b, c ariile feţelor laterale VBC, VAC, respectiv VAB. Să se demonstreze că dacă are loc egalitatea

$\left|a^2\cdot(b-c)+b^2\cdot(c-a)+c^2\cdot(a-b)\right|=\frac{2014}{2013}\cdot\left|(a-b)\cdot(b-c)\cdot(c-a)\right|$, atunci proiecţia punctului V pe planul bazei aparţine unei bisectoare a triunghiului ABC.

Tătaru Radu-Marius, profesor, Galați

Problema 3. Fie a, b, c numere reale pozitive astfel încât $a\cdot b\cdot c=1$. Să se demonstreze că

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{a+c}\le\frac{a^2+b^2+c^2}{2}.$$

G.M. nr. 9/2013

Problemă selectată de Vasile Popa, profesor, Galați

Problema 4. Fie romburile $ABCD$, $ABEF$, $ADGF$ astfel încât

$m(\sphericalangle BAD)=60^\circ, m(\sphericalangle BAF)=60^\circ, m(\sphericalangle FAD)=60^\circ$ şi $AB=a$. Fie punctul $M\in(FGE)$. Să se calculeze:

a) distanţa de la punctul M la planul (BCD).

b) $\frac{EN+PF}{NP}$ ştiind că $N\in(AB)$, $P\in(AD)$ astfel încât suma $EN+NP+PF$ să fie minimă.

Bătrâneţu Petre, profesor, Galaţi