Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

23 februarie 2014

Clasa a IX-a

Problema 1.

Fie $(\mathrm{b}_n)_{n\geq 1}$ o progresie geometrică crescătoare cu termeni pozitivi. Să se demonstreze că $\mathrm{b}_{2n+2}-b_1\geq(2n+1)\cdot(b_{n+2}-b_{n+1})$, $(\forall)n\in\mathbb{N}$, $n\geq 1$.

Problemă selectată de Carmen Necula , profesor, Galați

Problema 2.

Se consideră triunghiul ABC neisoscel şi $\mathrm{M}\in(AB)$, $\mathrm{N}\in(AC)$ astfel încât $[\mathrm{BM}]\equiv[CN]$. Să se demonstreze că dreapta determinată de mijloacele segmentelor $[MN]$ şi $[BC]$este paralelă cu bisectoarea interioară a triunghiului ABC.

Problemă selectată deViorica Bujor, profesor, Galați

Problema 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor naturale inecuaţia

$\left\{\sqrt{\left[\frac{n^2}{2}\right]+\left[\frac{(n+1)^2}{2}\right]}\right\}\geq\frac{1}{2}$, unde cu $\{a\},[a]$ s-a notat partea fracţionară, respectiv partea întreagă a numărului real a.

Tătaru Radu-Marius, profesor, Galați

Problema 4. Fie numerele reale $x_1,\ x_2,x_3,\ ...,\ x_n\in[0,1]$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$. Să se demonstreze că :

$$\frac{n-1}{2}+\frac{1}{1+x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot\ldots\cdot x_n}\leq\frac{1}{1+x_1}+\frac{1}{1+x_2}+\frac{1}{1+x_3}+\ldots+\frac{1}{1+x_n}\leq n-1+\frac{1}{1+x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot\ldots\cdot x_n}.$$

G.M. nr. 11/2013

Problemă selecată de Vasile Popa, profesor, Galați