Colegiul Naţional "Mircea cel Bătrân", Râmnicu-Vâlcea

Concursul Interjudeţean

"Mathematica - modus vivendi"

Ediţia a XI-a, 22 februarie 2014

Clasa a IX-a

1. Se consideră funcţia $f: R \to R$, $f(x)=(x-5)(x-11)(x-19)+592$, $x \in R$.

a) Arătaţi că $f(x) > 0$, pentru orice $x \in R$;

b) Aflaţi minimul lui f.

Prof. univ. dr. Dumitru Acu, Sibiu

2. Fie $x,y,z > 0$ şi $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Arătaţi că:

$$\frac{x^3}{y^2+z^2} + \frac{y^3}{x^2+z^2} + \frac{z^3}{y^2+x^2} \geq \frac{3}{2}$$

G.M.

3. Fie triunghiul ABC şi A', B', C' mijloacele segmentelor [BC], [CA] şi respectiv [AB]. I centrul cercului înscris în triunghiul ABC; I' centrul cercului înscris in triunghiul $A'B'C'$; G centrul de greutate al triunghiului ABC. Să se arate că punctele I, I' şi G sunt coliniare.

Prof. Marian Cucoanes, Vrancea

4. Fie (a_n) o progresie aritmetică astfel încât pentru orice $k \geq 2$ au loc egalităţile:

$$a_1+a_k=a_1 \cdot a_k \text{ şi } a_1+a_k+a_{2k-1}=a_1 \cdot a_k \cdot a_{2k-1}.$$

Calculaţi a_{2k-1}.

Prof. Marin Chirciu, Piteşti

Notă: Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.