Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

23 februarie 2014

Clasa a V-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	Soluţie, rezolvare	Punctaj
1.	a) Metoda figurativă: Numărul paginilor îl reprezentăm printr-un segment de dreaptă pe care îl împărţim în 8 părți egale. Trei optimi din numărul total de pagini mai puţin 10 pagini reprezintă o treime din numărul total de pagini. Următoarele trei optimi din numărul total de pagini mai puţin 10 pagini reprezintă tot o treime din numărul total de pagini.	**1p**
	Ultimele două optimi din numărul total de pagini plus cele 20 pagini reprezintă a treia treime din numărul total de pagini.	**1p**
	Atunci trei optimi din numărul total de pagini mai puţin 10 pagini, sunt egale cu două optimi din numărul total de pagini plus cele 20 pagini.	**1p**
	Aşadar, o optime din numărul total de pagini reprezintă 30 pagini. Cartea are 240 pagini.	**2p**
	Elena a citit 90 pagini.	**2p**
2.	$n\cdot(n+1)\vdots 2,\ (\forall)n\in\mathbb{N},$ (produs de numere naturale consecutive) $\Rightarrow$ $2\cdot n\cdot(n+1)\vdots 4;$	**2p** **1p**
	p număr impar, p nu se divide cu $5\Rightarrow u(p)\in\{1,3,7,9\}\Rightarrow$	**2p**
	$u\left(p^{2\cdot n\cdot(n+1)}\right)=1\Rightarrow u\left(p^{2\cdot n\cdot(n+1)}-1\right)=0\Rightarrow\left(p^{2\cdot n\cdot(n+1)}-1\right)\vdots 10.$	**2p**
3.	a) $a=2^{2014}-2^{2008}-2^{2007}=2^{2007}\cdot\left(2^7-2^1-1\right)=2^{2007}\cdot 125$ $=2^{2004}\cdot 2^3\cdot 125=2^{2004}\cdot 1000.$ Rezultă că ultimele 3 cifre ale numărului a sunt zerouri.	**2p**

	Cea de-a patra cifră de la sfârşit este ultima cifră a numărului 2^{2004} care este 6. Deci ultimele patru cifre ale numărului a sunt 6,0,0,0.	**2p**
	Numărul $a \cdot b$ *este* pătrat perfect dacă se scrie ca o putere cu exponentul multiplul lui 2, iar $a \cdot b$ este cub perfect dacă se scrie ca o putere cu exponentul multiplul lui 3; $a=2^{2007} \cdot 5^3$;	**2p**
	Exponenţii puterilor din numărul *a* sunt divizibili cu 3, dar nu se divid cu 2. Atunci, pentru ca numărul *b* să fie cel mai mic număr astfel încât $a \cdot b$ să fie atât pătrat perfect cât şi cub perfect $\Rightarrow$ $b=2^3 \cdot 5^3$; $a \cdot b=2^{2007} \cdot 5^3 \cdot 2^3 \cdot 5^3=2^{2010} \cdot 5^6=\left(2^{335}\right)^6 \cdot 5^6=\left(2^{1005} \cdot 5^3\right)^2=\left(2^{670} \cdot 5^2\right)^3$.	**1p**
4.	$A=\overline{abcd}+\overline{dcba}=1001 \cdot (a+d)+110 \cdot (b+c)=$ $11 \cdot 91(a+d)+11 \cdot 10(b+c) \Rightarrow A \vdots 11 \quad (1)$	**3p**
	Dar $A=891 \cdot (a+d)+110 \cdot (a+b+c+d)=27 \cdot 33 \cdot (a+d)+110 \cdot (a+b+c+d)=$ $27 \cdot 33 \cdot (a+d)+110 \cdot 27=27 \cdot \left[33 \cdot (a+d)+110\right] \Rightarrow A \vdots 27 \quad (2)$	**3p**
	$\left.\begin{array}{l}(11,27)=1 \\ A \vdots 11 \\ A \vdots 27\end{array}\right\} \Rightarrow A \vdots 297.$	**1p**