

**Concursul interjudețean de matematică ”Traian  
Lalescu”  
Ediția a XXVIII-a  
Timișoara, 21-23 martie 2014**

clasa a V-a

1. Aflați cel mai mare număr de cinci cifre astfel încât cea de-a patra cifră să fie mai mare decât cea de-a cincea, a treia să fie mai mare decât suma ultimelor două, a doua să fie mai mare decât suma ultimelor trei, iar prima cifră să fie mai mare decât suma celorlalte.

Olimpiadă Rusia

*Soluție și barem de corectare*

Start..... (1p)

Fie  $\overline{abcde}$  numărul căutat. Dacă  $e \geq 1$ , atunci  $b \geq 2$ ,  $c \geq 4$ ,  $b \geq 8$ , iar  $a \geq 16$  - nu e cifră. Rezultă  $e = 0$ ..... (3p)

Pentru a avea un număr cât mai mare trebuie ca  $a = 9$ , deci  $b + c + d = 8$ . ... (2p)

Alegem  $d$  și  $c$  cele mai mici posibile cu proprietățile cerute, așadar  $d = 1$ ,  $c = 2$  și  $b = 5$ . .... (4p)

2. Câți ani are o persoană care în 2014 are vârsta egală cu suma cifrelor anului în care s-a născut?

\* \* \*

*Soluție și barem de corectare*

Start..... (1p)

Fie  $\overline{abcd}$  anul nașterii persoanei respective. Atunci  $a \in \{1, 2\}$  și  $\overline{abcd} + a + b + c + d = 2014$ . .... (2p)

Dacă  $a = 1$  rezultă că  $1014 = \overline{bcd} + 1 + b + c + d \leq 28$ , deci  $\overline{bcd} \geq 986$ . Astfel,  $b = 9$  și  $\overline{cd} \geq 86$ .

Pentru  $c = 8$  obținem  $d = 8$ , deci persoana este născută în 1988, în 2014 având 26 de ani. .... (3p)

Dacă  $c = 9$ , atunci  $2d = 5$  - nu convine. .... (1p)

Dacă  $a = 2$ , rezultă  $b = 0$  și  $(10c + d) + c + d + 2 = 14$ , adică  $11c + 2d = 12$ , de unde obținem  $c = 0$ ,  $d = 6$ .

În acest caz, persoana este născută în 2006, iar în 2014 are 8 ani. .... (3p)

3. Fred Flintstone și Barney Rubble joacă "Pietricele": începând cu Fred, ei scot alternativ una sau două pietricele dintr-un sac care conține 50 de pietricele, fiind declarat învingător cel care reușește să golească sacul.

Cum trebuie să joace Fred pentru a fi sigur că iese învingător?

\* \* \*

*Soluție și barem de corectare*

Start..... (1p)

Folosim metoda mersului invers. Pentru a câștiga, Fred trebuie să-i lase la sfârșit lui Barney 3 pietricele. .... (3p)

Pentru aceasta, înainte ar trebui să-i lase 6 pietricele, iar înainte de 6, 9 pietricele, etc.

Putem figura numărul de pietricele pe care Fred trebuie să le lase în sac pentru a fi sigur că iese învingător astfel:

$$48 \leftarrow 45 \leftarrow 42 \leftarrow 39 \leftarrow 36 \leftarrow 33 \leftarrow \dots \leftarrow 12 \leftarrow 9 \leftarrow 3.$$

Constatăm că Fred poate realiza acest lucru dacă ia de la început 2 pietricele, iar apoi completează de fiecare dată la un multiplu de 3 numărul pietrelor scoase de Barney (dacă Barney scoate o pietricică, Fred scoate 2, iar dacă Barney scoate 1, Fred scoate 2). (6p)

4. Un număr se numește *norocos* dacă se divide cu 13.

a) Aflați cel mai mic număr norocos cu suma cifrelor 27.

b) Există numere norocoase cu suma cifrelor 2014?

Dorel Miheț

*Soluție și barem de corectare*

Start..... (1p)

a) Cel mai mic număr natural cu suma cifrelor 27 este 999, dar 999 nu este norocos. Următoarele numere cu suma 27 sunt sunt 1899, 1989, ....

Deoarece 1989 se divide cu 13 ( $1989 = 153 \cdot 13$ ), el este cel mai mic număr norocos cu suma cifrelor 27. .... (4p)

b) Cum 1001 se divide cu 13, rezultă că 10011001...1001 (1007 grupe de 1001) se divide cu 13 .... (5p)