MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI
ŞCOALA NR. 22 “B. P. HAŞDEU” IAŞI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ

FLORICA T. CÂMPAN

EDIŢIA A XIV-A, 26 APRILIE 2014

CLASA a VI-a

BAREM

1. Un profesor de matematică tocmai explica unui elev al său că, într-o problemă cu date de naștere, o notație de forma 17.12.78 poate avea semnificația ”17 decembrie 1978”. Curios ca toți copiii, elevul profită de situație și îl întrebă pe profesor care este ziua lui de naștere și ce vârstă are. Zâmbind, profesorul îi răspunse: ”Acum suntem în ianuarie 2014 și acest număr ascunde informațiile la tot ce m-ai întrebat!”. Folosind acest răspuns, aflați:

a) Care este ziua de naștere a profesorului;
b) Care este vârsta profesorului (exprimată doar în ani) la data când a avut loc discuția.

Silviu Boga, Doru Buzac

Soluție și barem:

Din oficiu, ... 2p
$2014 = 2 \cdot 1007$ 2p
$1007 = 19 \cdot 53$ 3p
$2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$ 2p
Cum anul are 12 luni și luna cel mult 31 de zile, din $2 \cdot 19 \cdot 53$,
se deduce că data nașterii profesorului este ”19 februarie 1953” 2p
Înseamnă că la 19 februarie 2014 profesorul ar fi împlinit 61 de ani 2p
Deci în luna ianuarie 2014 profesorul avea vârsta de 60 ani. 2p

2. Se consideră o foaie de hârtie de formă pătrată, care se taie în exact 2014 pătrate mai mici. Vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ”boss” dacă nici un alt pătrat nu este mai mare ca el. La fel, vom spune că un pătrat dintre cele 2014 este ”baby” dacă nici un alt pătrat nu este mai mic ca el. Arătați că:

a) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact trei pătrate ”boss”.
b) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact patru pătrate ”baby”.
c) Este posibil un mod de tăiere prin care să se obțină exact un singur pătrat ”boss”.

Silviu Boga, Doru Buzac

Soluție și barem:

Din oficiu, ... 2p

a) Determină un mod de tăiere prin care se obțin exact trei pătrate ”boss”, spre exemplu o tăiere ca cea din figura 1, formată din grupe succesive de câte trei pătrate din ce în ce mai mici, în total 670 de grupe, urmate la final de o grupă de exact patru pătrate ”baby” 4p
Avem astfel $670 \cdot 3 + 4 = 2014$ pătrate dintre care 3 sunt ”boss” și 4 sunt ”baby”.

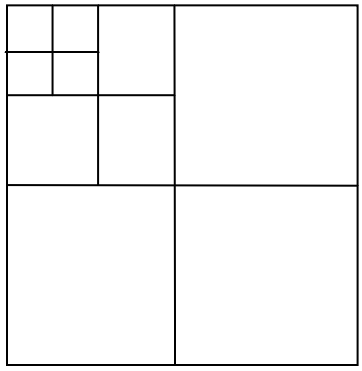

Figura 1.

b) Determină un mod de tăiere prin care să se obțină exact patru pătrate ”baby”, spre exemplu cel descris la rezolvarea cerinței a) 4p

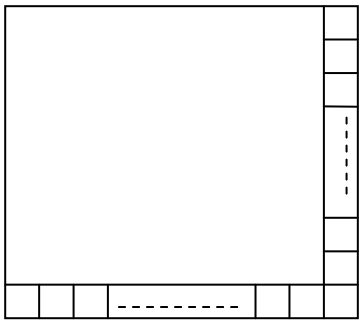

Figura 2.

c) Determină un mod de tăiere prin care se obține exact un singur pătrat ”boss”, spre exemplu o tăiere ca cea din figura 2, care conține pe două din laturi un total de 2013 pătrățele ”baby” și în completare un singur pătrat ”boss” 5p

3. Într-o pauză, Lucian se joacă desenând pe o foaie diverse figuri și îndoind apoi foaia după o dreaptă, pentru ca figura desenată să se imprime pe partea cealaltă după îndoitură. El desenează un segment $[AB]$ și după îndoire constată că pe foaie s-a imprimat un alt segment, pe care îl notează $[A'B']$, unde A' este urma lăsată de punctul A. După aceea, observă că segmentele $[AB]$ și $[A'B']$ se intersectează într-un punct pe care îl notează M și totodată dreptele AB' și BA' se intersectează și ele într-un punct pe care-l notează P. Gabriel, colegul lui de bancă, îi atrage atenția spunând: ”Cred că nu ai respectat ceva la îndoire pentru că punctele M și P nu sunt pe îndoitură”. Lucian, privind cu atenție desenul, răspunde: ”Ai dreptate. Mai mult, dacă aș fi îndoit corect, cred că $[PM$ ar fi fost bisectoare pentru unghiul $\sphericalangle APB$”. Dovediți că observațiile celor doi copii sunt ambele adevărate.

Silviu Boga, Doru Buzac

<u>Soluție și barem</u>:

Din oficiu, ... 2p

Cum $[A'B']$ este simetricul lui $[AB]$ față de dreapta după care se face îndoirea foii și $[AB]\cap[A'B']=\{M\}$, înseamnă că M este simetricul unui punct față de el însuși și prin urmare punctul este M pe axa de simetrie 2p

Analog, P este pe axa de simetrie 2p

Totodată, dreapta după care se face îndoirea foii este mediatoare pentru segmentele $[AA']$ și $[BB']$ 2p

Punctul M fiind pe mediatoarea segmentelor $[AA']$ și $[BB']$, triunghiurile MAA' și MBB' sunt isoscele și atunci $[MP$ este bisectoare pentru $\sphericalangle BMB'$ 3p

Astfel $\Delta MPB \equiv \Delta MPB'$ (LUL) 3p

și prin urmare $[PM$ este bisectoare pentru $\sphericalangle APB$ 1p