



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ – 15.02.2014**

1. Notăm cu "n" timpul în care se umple sala (în minute).

Numărul spectatorilor care intră în sală va fi:

$$1+3+5+\dots+(2n-1) \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Calculând obținem } n^2 = 400 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{și prin urmare: } n = 20 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare } \dots\dots\dots 1p$$

2. Dacă jumătate din rest este de 200 km ,atunci restul este de 400 km,

$$\text{adică } \overline{abc} = \overline{bc} + 400 \text{ deci } a = 4 \dots\dots\dots 3p.$$

$$\overline{bc} + c^2 + 20 = 200, \text{ deduce } \overline{bc} + c^2 = 180 \dots\dots\dots 1p.$$

$$\text{cum } \overline{bc} \leq 99, c^2 \leq 81, \text{ deduce } b = c = 9 \dots\dots\dots 2p.$$

$$\text{finalizare, lungimea drumului este 499 km} \dots\dots\dots 1p.$$

3. Dacă notăm cu „a” deîmpărțitul, vom avea:

$$a : 50 = x \text{ rest } x^2, \text{ unde } x^2 \text{ este pătrat perfect și } x^2 < 50 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Prin urmare: } x^2 \in \{0,1,4,9,16,25,36,49\} \text{ și deci } x \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Numerele „a” vor fi: } 5 \cdot 0 + 0, 5 \cdot 1 + 1, 5 \cdot 2 + 4, \dots, 5 \cdot 7 + 49. \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Suma lor va fi: } S = 50(1+2+\dots+7) + (1^2+2^2+\dots+7^2). \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Ultima cifră a numărului } 50(1+2+\dots+7) \text{ este 0, iar } \dots\dots\dots 1p$$

$$u(1^2+2^2+\dots+7^2) = u(1+4+9+16+25+36+49) = 0. \text{ Vom avea } u(S) = 0 \dots\dots\dots 1p$$

4. Se deduce că :

5 sportivi participă numai la schi fond

3 sportivi participă numai la biatlon

4 sportivi participă numai la patina viteză

$\Rightarrow 25 - (5 + 3 + 4) = 13$  sportivi participă la două sau mai multe probe.....3p

Dacă  $x$  este numărul sportivilor care participă la toate cele trei probe  $\Rightarrow 5 - x$  participă la oricare două câte două probe.

$\Rightarrow x + 5 - x + 5 - x + 5 - x = 13$ .....3p

$\Rightarrow 15 - 2x = 13 \Rightarrow x = 1$

1 sportiv participă la toate cele 3 probe. ....1p

