

Olimpiada națională de matematică

Etapa locală, 15 februarie 2014

Clasa a VIII-a

Barem de evaluare

1. a) $\sqrt{4a^2 + 4a + 1} = 2a + 1 \in \mathbb{Q}$	(2p)
b) $a \in \{0, 3\}$	(2p)
c) $a^2 \in \{4k, 4k + 1\} \Rightarrow a^2 + 4b + 2 \in \{4k + 2, 4k + 3\}$	(3p)
2. a) $(-\infty, 3] \setminus (1, 3) = (-\infty, 1] \cup \{3\}$	(1p)
$((-\infty, 1] \cup \{3\}) \cap [1, 3) = \{1\}$	(1p)
b) $m < 3m - 2 \Rightarrow m > 1$	(2p)
$3m - 2 \leq m + 1 \Rightarrow m \leq \frac{3}{2}$	(2p)
$m \in \left(1, \frac{3}{2}\right]$	(1p)
3. Fie O centrul $ABCD$, O_1 centrul $A_1B_1C_1D_1$, O_2 centrul lui B_1C_1CB și $AO_1 \cap CC_1 = \{M\}$ rezultă că $\{E\} = MO_2 \cap B_1C_1$	(1p)
Fie $\{F\} = MO_2 \cap BC \Rightarrow \frac{O_1C_1}{AC} = \frac{1}{2} = \frac{MC_1}{MC} = \frac{EC_1}{FC}$	(3p)
$\triangle EO_2C_1 \equiv \triangle FO_2B, \triangle EO_2B_1 \equiv \triangle FO_2C \Rightarrow \frac{B_1E}{C_1E} = 2$	(3p)
4. $\Rightarrow M$ și N mijloacele catetelor (AB) și (AC) , obține $\frac{SU}{SM} = \frac{SV}{SN}$	(2p)
Folosind teorema catetei obține $SM \equiv SN \Rightarrow \triangle ABC$ dreptunghic isoscel	(2p)
$\Leftarrow (SM) \equiv (SN), (SU) \equiv (SV) \Rightarrow$ concluzia	(3p)