Barem clasa a V-a
(OLM 2014-etapa locală)

Of. 10 p

Subiectul I.

$a_1 = 2^1 - 1,\ a_2 = 2^2 - 1,\ a_3 = 2^3 - 1,\ a_4 = 2^4 - 1, \ldots a_{2014} = 2^{2014} - 1 \Rightarrow a_{2014} + 1 = 2^{2014} = (2^{1007})^2$ **(20p)**

Subiectul II.

$$2^{2012} \cdot 5^{2012} \cdot 2^2 + 2^{2014} : [2^{2012} + (2^{405})^5 : 2^{14} + (2^2)^{1005} \cdot 2] \cdot 1007 = 10^{2012} \cdot 4 + 2^{2014}$$
$$: (2^{2012} + 2^{2011} + 2^{2011}) \cdot 1007 = 4 \cdot \underbrace{10000\ldots00000}_{de\ 2012\ ori} + 2^{2014} : [2^{2011}(2+1+1)] \cdot 1007$$
$$= 4\underbrace{0000\ldots00000}_{de\ 2012\ ori} + 2 \cdot 1007 = 4\underbrace{00000\ldots00000}_{de\ 2008\ ori}2014$$

Primele 5 cifre sunt 4, 0, 0, 0, 0 si ultimele cinci cifre sunt 0, 2, 0, 1, 4. **(20p)**

Subiectul III.

a) $\overline{abc} = 6 \cdot \overline{ac}$. Atunci $100a + 10b + c = 60a + 6c$ **(10p)**

$40a + 10b = 5c$

$8a + 2b = c \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 8 + 2b = c \Rightarrow b = 0, c = 8$ **(5p)**

b) Fie $a, b \in N^*, a > b$ numerele căutate. Atunci $a + b = 111, (a - b) \in D_{111} = \{1,3,37,111\}$ **(10p)**
Deci $(a,b) \in \{(56,55);(57,54);(74,37)\}$ **(5p)**

Subiectul IV.

Fie n numărul de persoane aflate în fața lui Andrei. Conform datelor, în spatele lui Andrei sunt $5n$ persoane. Numărul total de persoane aflate la ghişeu este $n + 1 + 5n = 6n + 1$. (1) **(5p)**

În fața lui Mihai se află $n + 2$ persoane, iar în spatele lui Mihai $3(n+2)$ persoane. Numărul total de persoane aflate la ghişeu poate fi scris $(n+2) + 1 + 3(n+2) = 4n + 9$ (2) **(5p)**

Egalând (1) şi (2) se deduce ecuația $6n + 1 = 4n + 9$, cu soluția $n = 4$. **(5p)**

Înlocuind în (1) sau în (2) se obține că numărul de persoane aflate la ghişeu este 25. **(5p)**