

**Barem clasa a VII-a**  
**(OLM 2014-etapa locală)**

**Of. 10 p**

**Subiectul I.**

Conform proprietății șirului de rapoarte egale, avem  $\frac{a+3}{b} = \frac{b-3}{c} = \frac{c+4}{d} = \frac{d-4}{a} = \frac{a+3+b-3+c+4+d-4}{a+b+c+d} = 1$ . **(10p)**

Deci  $a+3=b$ ,  $b-3=c$  și  $c+4=d$ . Obținem  $c=a$  și  $d=a+4$ . Dar  $a, b, c, d$  sunt cifre,  $a \neq 0$ . Rezultă că  $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Se obține  $A = \{1415, 2526, 3637, 4748, 5859\}$ , deci  $A$  are 5 elemente. **(10p)**

**Subiectul II.**

a) calcul direct **(10p)**

$$\text{Fie } S = \sqrt{2+\sqrt{2}} + \sqrt{6+\sqrt{6}} + \sqrt{12+\sqrt{12}} + \dots + \sqrt{90+\sqrt{90}} =$$

$$\sqrt{1 \cdot 2 + \sqrt{1 \cdot 2}} + \sqrt{2 \cdot 3 + \sqrt{2 \cdot 3}} + \sqrt{3 \cdot 4 + \sqrt{3 \cdot 4}} + \dots + \sqrt{9 \cdot 10 + \sqrt{9 \cdot 10}} \Rightarrow$$

b)  $S < \sqrt{1 \cdot 2 + \sqrt{2 \cdot 2}} + \sqrt{2 \cdot 3 + \sqrt{3 \cdot 3}} + \sqrt{3 \cdot 4 + \sqrt{4 \cdot 4}} + \dots + \sqrt{9 \cdot 10 + \sqrt{10 \cdot 10}} \Rightarrow$  **(10p)**

$$S < \sqrt{2^2} + \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} + \dots + \sqrt{10^2} \Rightarrow S < \frac{10 \cdot 11}{2} - 1 \Rightarrow S < 54$$

**Subiectul III.**

Fie  $C$  capacitatea chiuvetei și  $t$  timpul de umplere în condițiile din enunț.

Folosim regula de trei simplă pentru robinetul de apă rece:

5 min.....  $C$

$t$  min.....  $C_1$  (S-a notat  $C_1$  partea din capacitate umplută de acest robinet)  $C_1 = \frac{tC}{5}$  **(5p)**

Analog, se obține  $C_2 = \frac{tC}{7}$  ( $C_2$  este partea umplută de robinetul de apă caldă) și  $C_3 = \frac{tC}{3}$  (unde  $C_3$  este partea din capacitate care se scurge prin orificiu). **(10p)**

Presupunând că după  $t$  minute chiuveta se umple, avem  $C_1 + C_2 - C_3 = C \Rightarrow$

$$\frac{tC}{5} + \frac{tC}{7} - \frac{tC}{3} = C \Rightarrow \frac{t}{5} + \frac{t}{7} - \frac{t}{3} = 1 \Rightarrow \frac{21t + 15t - 35t}{105} = 1 \Rightarrow \frac{t}{105} = 1 \Rightarrow t = 105. \quad \textbf{(5p)}$$

Deoarece  $t$  este pozitiv, rezultă că chiuveta se va umple în 105 minute.

**Subiectul IV.**

desen corect **(5p)**

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \sphericalangle MEB \equiv \sphericalangle CAB \text{ (corespondente)} \\ \sphericalangle CAB \equiv \sphericalangle MBE \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle MEB \equiv \sphericalangle MBE \Rightarrow \Delta MBE - \text{triunghi isoscel} \Rightarrow [ME] \equiv [MB],$$

dar  $[MB] \equiv [MD] \Rightarrow \Delta BED - \text{triunghi dreptunghic în } E \Rightarrow DE \perp AB$ . **(10p)**

$$\text{b) În triunghiul } AOB, ME \parallel AO \Rightarrow \frac{AB}{BE} = \frac{BO}{MB}, \text{ (teorema lui Thales) (1).} \quad \textbf{(5p)}$$

$$\text{În triunghiul } DEM, FO \parallel ME \Rightarrow \frac{DF}{DE} = \frac{DO}{DM}, \text{ (teorema lui Thales)} \quad \textbf{(5p)}$$

$$[DM] \equiv [BM], \text{ (ipoteză), deci: } \frac{DF}{DE} = \frac{DO}{BM} \text{ (2).}$$

$$\text{Din (1) și (2) adunînd, obținem: } \frac{AB}{BE} + \frac{DF}{DE} = 2. \quad \textbf{(5p)}$$