

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

OLIMPIADA DE MATEMATICA

FAZA LOCALĂ

15.02.2014

Clasa a V – a

1. a) $a = [(144 - 100) : 11 - 1] : 3 = 1 - 1 = 0$ (2 p)
 $b = [(81 - 32) : 7 - 6]^{2014} = 1$ (2 p)
 $a < b$ (1 p)
- b) $\overline{bbaa} - \overline{baba} + a^b - b^a = 1100 - 1010 + 0^1 - 1^0 = 90 - 1 = 89$ (2 p).
2. a) $50x + (1 + 2 + 3 + \dots + 50) = 2525$ (2 p)
 $50x = 2525 - 50 \cdot 51 : 2$
 $50x = 2525 - 1275$ (1 p)
 $x = 1250 : 50 \Rightarrow x = 25$ (1 p)
- b) $4x < 100 - 17 \Rightarrow x < 20 \frac{3}{4} \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 20\}$ (2 p)
 21 numere natural verifică relația (1 p)
3. a) $n = 2014$ $2^{2014} < x \leq 2^{2015}$ (1 p)
 $\Rightarrow A = \{2^{2014} + 1, 2^{2014} + 2, \dots, 2^{2015}\}$
 $\text{Card } A = (2^{2015} - 2^{2014}) = 2^{2014}$ (3 p)
- b) $\text{Card } A = (2^{n+1} - 2^n) = 2^n(2^1 - 1) = 2^n$ (2 p)
 Dacă $2^n = 128 \Rightarrow 2^n = 2^7$, deci $n = 7$ (1 p)
4. a) $N = \overline{ab} \cdot 100 + 60 + 25 \cdot \overline{ab} = 125\overline{ab} + 60 =$
 $5 \cdot (25\overline{ab} + 12) : 5$ (2 p)
- b) $N = 125\overline{ab} + 50 + 10 = 25(5\overline{ab} + 2) + 10$
 $10 < 25 \Rightarrow$ restul împărțirii lui N la 25 este 10 (2 p)
- c) b este cifră pară $\Rightarrow 5\overline{ab}$ este număr par $5\overline{ab} + 2$ este par $\Rightarrow N$ par \Rightarrow există
 $k \in \mathbb{N}$ a.î. $N = 2k$ (2 p)
 $2^N = 2^{2k} = (2^k)^2$ - pătrat perfect (1 p)